



Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
Unidade Acadêmica de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Candidato (a): _____



RG: _____, **DATA:** 09/07/2025.

Curso: ☐ Mestrado ☐ Doutorado

PROVA SELEÇÃO PPGF 2025-2

Instruções

- Esta prova constitui a primeira parte do processo seletivo de ingresso do PPGF da UAF/UFCG. Contém problemas de Números Complexos, Álgebra Linear, Mecânica Quântica e Eletromagnetismo. Todas as questões possuem o mesmo peso de um total de 100%;
- O tempo de duração desta prova é de 04 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 50 minutos;
- Há questões específicas para os cursos de mestrado e de doutorado.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou quaisquer instrumentos eletrônicos;
- A prova é individual e não é permitida consultas a qualquer material;
- Resolva cada questão nas folhas em anexo sem destacá-las. Não se esqueça de escrever a numeração de cada questão (exemplo: Q1, Q2,...).

Assinatura do(a) candidato(a)

Questões

Q1 - Autovalores e Autovetores – (Mestrado e Doutorado)

Determine os autovalores e os autovetores da seguinte matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Os autovetores são linearmente independentes?

Q2 – Distribuição de Probabilidade – (Mestrado e Doutorado)

Dada a equação

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) dx,$$

onde

$$\rho(x) = A e^{-\beta x^2} \quad \beta > 0$$

Supondo que $P = 1$, encontre o valor de A , $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ e σ , onde o último é o desvio padrão em relação a coordenada x .

Q3 – Mecânica Quântica – (Mestrado)

Dada a seguinte relação de comutação:

$$[x, p] = i\hbar$$

calcule os comutadores:

$$[x, D] \quad [p, D] \quad \text{onde } D = xp + px$$

Verifique se o comutador de D com a Hamiltoniana do oscilador harmônico é ou não diferente de zero. Para isso, considere

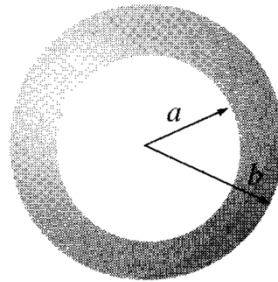
$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m \omega^2 x^2}{2}$$

Q4 – Eletromagnetismo – (Mestrado)

Uma casca esférica oca possui a densidade de carga

$$\rho = \frac{k}{r^2}$$

na região $a \leq r \leq b$, como visto na figura abaixo. Encontre o campo elétrico para $r < a$, $a < r < b$ e $r > b$.



Q5 – Mecânica Quântica – (Doutorado)

Verifique que a função de onda abaixo satisfaz a equação de Schroedinger dependente do tempo para a partícula livre

$$\psi(x, t) = \frac{N}{\sqrt{1 + i \frac{\hbar t}{m}}} e^{-\frac{x^2}{2 \left(1 + i \frac{\hbar t}{m}\right)}}$$

Mostre que essa função de onda é normalizável e calcule o valor de N .

Q6 – Eletromagnetismo – (Doutorado)

Uma esfera de raio R e carga total Q , é preenchida com material dielétrico linear de constante dielétrica relativa ϵ_r . No interior da esfera existe uma distribuição de carga $\rho = k r^n$ para $n > -3$. O espaço exterior à esfera é o vácuo.

Calcule o campo elétrico $E(r)$ e o deslocamento elétrico $D(r)$ dentro e fora da esfera.