UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA

Renaly Maria Pereira de Sousa

Campos de Inflaton em Cenários com e sem Poeira

Campina Grande, Paraíba, Brasil

21 de novembro de 2023

Renaly Maria Pereira de Sousa

Campos de Inflaton em Cenários com e sem Poeira

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. João Rafael Lucio dos Santos, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complemetação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Professor Dr. João Rafael Lucio dos Santos

Campina Grande, Paraíba, Brasil

21 de novembro de 2023

S725c Sousa, Renaly Maria Pereira de.
Campos de Inflaton em cenários com e sem poeira / Renaly Maria Pereira de Sousa – Campina Grande, 2023.
71 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.
"Orientação: Prof. Dr. João Rafael Lucio dos Santos."
Referências.

1. Princípio da Relatividade. 2. Cosmologia. 3. Formalismo de Primeira Ordem. 4. Expansão Acelerada. 5. Campos Escalares. 6. Parâmetros Cosmológicos. 7. Campos de Inflaton. 8. Modelos Cosmológicos. I. Santos, João Rafael Lucio dos. II. Título.

CDU 530.12(043)

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECÁRIA ITAPUANA SOARES DIAS GONÇALVES CRB-15/093

,

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
POS-GRADUACAO EM FISICA
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

FOLHA DE ASSINATURA PARA TESES E DISSERTAÇÕES

RENALY MARIA PEREIRA SOUSA□

Campos de Inflaton em cenários com e sem poeira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 24/03/2023

João Rafael Lúcio dos Santos
Presidente da Comissão e Orientador

Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos □
Examinador Interno

Matheus Araújo Marques
Examinador Externo

Documento assinado eletronicamente por **JOAO RAFAEL LUCIO DOS SANTOS**, **PROFESSOR(A) DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 27/03/2023, às 11:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018.

Documento assinado eletronicamente por **Matheus Araújo Marques**, **Usuário Externo**, em 27/03/2023, às 11:21, conforme horário oficial de

Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade, informando o código verificador **3227191** e o código CRC **E83A07EE**.

Referência: Processo nº 23096.019581/2023-31 SEI nº 3227191

Dedico esta dissertação para Eva, luz dos meus dias.

Agradecimentos

- A UFCG e a Unidade Acadêmica de Física, pelo acolhimento desde o primeiro dia.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. João Rafael pela orientação, paciência, sugestão, estímulo, apoio e dedicação durante a construção desta dissertação de mestrado.
- A todos os professores da Unidade Acadêmica de Física que contribuiram com a minha formação.
- Aos meus familiares pelo auxílio, nas vezes que ficaram com minha filha, para que eu pudesse estudar e concluir esta dissertação. Em especial: meus pais, Junior e Neves, que me incentivam desde criança, cederam seus tempos e me receberam de braços abertos quando precisei ficar em sua casa, e minha sogra Francisca.
- Ao meu esposo, Marcos Antonio, por todo seu amor, apoio, incentivo. Pela presença nos bons e maus momentos. Por não medir esforços para que eu pudesse chegar até aqui e por não me deixar desistir.
- A minha amiga Sabrina Holanda, por nossas conversas e pelo apoio que sempre demos uma a outra.
- A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

Nós somos uma maneira do Cosmos conhecer a si mesmo.
(Carl Sagan)

Resumo

Um dos atuais problemas para a Cosmologia é fornecer uma explicação consistente a respeito da atual fase de expansão acelerada do Universo. Assumindo a validade do modelo padrão a partir da Relatividade Geral, que é conhecido como ΛCDM, a forma mais simples de explicar a aceleração cósmica é admitir a existência de uma nova componente dominante no Universo, chamada de energia escura, que consiste em um fluido de pressão negativa. Todavia, esse modelo ainda é incipiente para explicar de forma satisfatória esse mecanismo, motivando pesquisadores a buscar por modelos alternativos para o mesmo fim. Dentre as alternativas ao modelo padrão, estão os modelos que descrevem a dinâmica do Universo através de campos escalares, conhecidos por modelos de quintessência. A Teoria de Inflação Cosmológica, por exemplo, admite a presença de um campo definido como inflaton ($\phi(t)$) correspondendo ao conteúdo de energia escura no Universo. Nesta pesquisa, discutimos ferramentas para o estudo de modelos cosmológicos com base na teoria de campos. Revisitamos o Formalismo de Primeira Ordem, que pode ser usado para gerar modelos cosmológicos a partir de uma parametrização das equações de Friedmann e abordamos alguns formalismos cosmológicos alternativos, para gerar modelos que incluem matéria (poeira). Em seguida, construímos modelos para a descrição da evolução do Universo em cenários sem e com a presença de poeira utilizando os formalismos apresentados. Geramos parâmetros cosmológicos para cada um desses modelos e analisamos graficamente os comportamentos dos parâmetros associados. Por fim, usamos alguns dos conjuntos de dados observacionais recentes para fazer uma análise desses modelos.

Palavras-chave: Cosmologia; Formalismo de Primeira Ordem; expansão acelerada; campos escalares; parâmetros cosmológicos; campos de inflaton; modelos cosmológicos.

Abstract

One of the current problems for Cosmology is to provide a consistent explanation regarding the current phase of accelerated expansion of the Universe. Assuming validity of the Standard Model from General Relativity, which is known as ΛCDM, the simplest way to explain the cosmic acceleration is to admit the existence of a new dominant component in the Universe, called dark energy, which consists of a negative pressure fluid. However, this model is still in its infancy to satisfactorily explain this mechanism, motivating researchers to look for alternative models for the same purpose. Among the alternatives to the standard model, there are models that describe the dynamics of the Universe through scalar fields, known as quintessence models. The Cosmological Inflation Theory, for example, admits the presence of a field defined as inflaton ($\phi(t)$) corresponding to the dark energy content in the Universe. In this research. We discuss tools for the study of cosmological models based on field theory, we revisit the First Order Formalism, which can be used to generate cosmological models from a parameterization of the Friedmann equations and we approach some alternative cosmological formalisms, to generate models that include matter (dust). Then, we build models to describe the evolution of the Universe in scenarios without and with the presence of dust using the presented formalisms. We generate cosmological parameters for each of these models and graphically analyze the behaviors of the associated parameters. Finally, we use some of the observational recent datasets to do an analysis of these models.

Keywords: Cosmology; First Order Formalism; accelerated expansion; scalar fields; cosmological parameters; inflaton fields; cosmological models.

Lista de ilustrações

Sumário

1 Introdução

A cosmologia é um dos ramos mais dinâmicos da ciência contemporânea e configura um dos principais temas de pesquisa da humanidade - cf. figura 1. Saber de onde viemos, como fomos criados e como surgiu o Universo estiveram presentes em debates de pensadores de todas as épocas [10]. Há muito encarada como um conjunto de questões mais filosóficas ou religiosas, a cosmologia se define como o estudo do Universo – cuja concepção se alterou bastante nos últimos quatro séculos quando a Terra deixou de ser considerada o centro do Universo e o Sol saiu do centro da galáxia [1].

A cosmologia moderna surge a partir do desenvolvimento da teoria da Relatividade Geral (RG), publicada por Albert Einstein em 1915, que foi fundamental para o estudo de novos modelos cosmológicos para estudar o Cosmos. Em 1998, por meio de observações astronômicas, medidas de distância e velocidade de afastamento das supernovas mostraram com grande precisão que o Universo está se expandindo aceleradamente [11, 12, 13, 14] e, desde essa descoberta, diversas tentativas têm sido realizadas com o intuito de explicar a natureza do mecanismo que causa essa aceleração. Devido ao caráter atrativo da força gravitacional, esperava-se um retardamento da expansão cosmológica, no entanto, as observações indicaram o oposto.

No contexto da teoria da relatividade geral, esse fenômeno pode ser explicado pela existência da chamada quintessência ou energia escura, ou do inglês, dark energy,

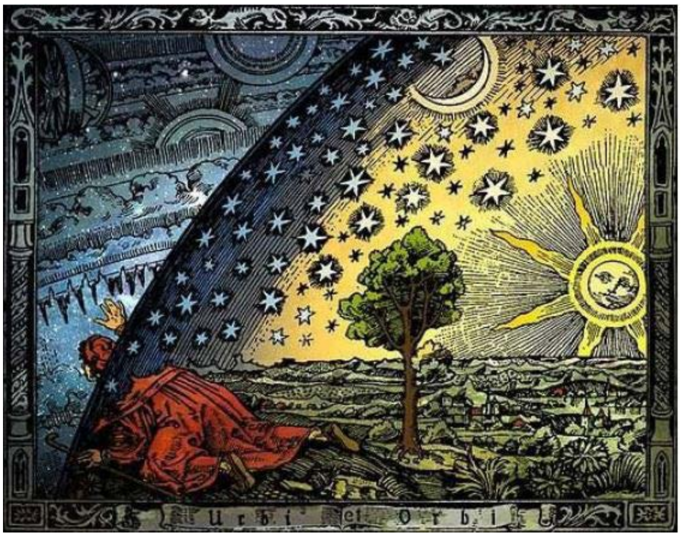

Figura 1 – O Universo no século XVII. Representação do Universo do século XVII gravada em madeira, usada por Camile Flammarion na obra $L'atmosph\grave{e}re$: $m\acute{e}t\acute{e}orologiepopulaire(Paris, 1888)$. Não existiam outros sistemas além da esfera de estrelas fixas. Fonte: Flório (2009) [1].

que consiste em um fluido que estaria distribuído por todo o espaço, compondo 70% do Universo, cujo efeito gravitacional líquido é repulsivo e supera a atração gravitacional ordinária entre as partes do Universo, tendendo a acelerar a expansão do Universo através de uma forte pressão negativa [15, 16, 14] - cf. figura 2. Isoladamente, essa descoberta gerou um novo desafio à própria física e as inquietações em torno desse campo de estudo se sofisticaram, surgindo janelas teóricas na cosmologia. A principal delas tenta responder a: *O que é energia escura? E qual a natureza da matéria escura?* Já que a nova componente não é prevista pelo Modelo Padrão da física de partículas, ou seja, nenhuma das partículas desse modelo responde à pergunta da constituição desse tipo de matéria.

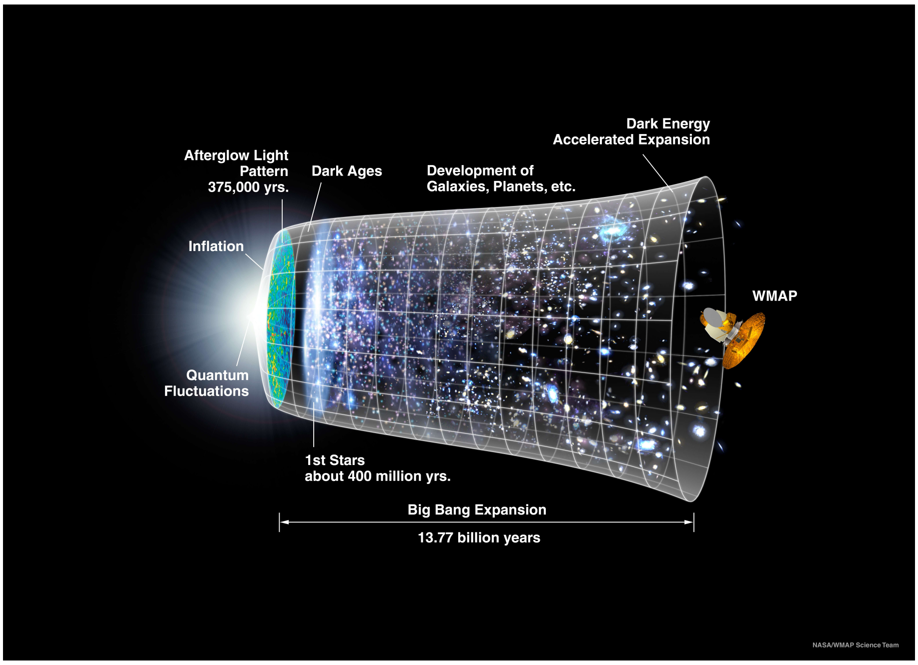

Figura 2 – Representação da evolução do Universo ao longo de 13,77 bilhões de anos a partir da luz residual vista pela sonda espacial WMAP. A esquerda, o período de "inflação"produziu um crescimento exponencial no Universo. Nos vários bilhões de anos seguintes, a expansão diminuiu gradualmente à medida que a matéria do Universo se atraiu por meio da gravidade. Mais recentemente, a expansão começou a acelerar novamente à medida que a energia escura passou a dominar a expansão do Universo. Fonte: NASA (2012) [2].

Consequentemente, algumas tentativas de estender o Modelo Padrão [17] estão sendo feitas, uma delas é a da *Supersimetria*, que pode ser vista na figura 3, a qual pressupõe que cada partícula elementar do Modelo Padrão teria uma “superparceira” mais pesada e, por serem mais pesadas, seriam mais lentas que as partículas conhecidas. Assim, constituiriam o que se chama de matéria escura "fria". Dentre as alternativas ao Modelo Padrão, estão os modelos que descrevem a dinâmica do Universo através de campos escalares reais e estudos nessa área descrevem uma classe de fenômenos que têm como base os princípios físicos da Teoria de Campos.

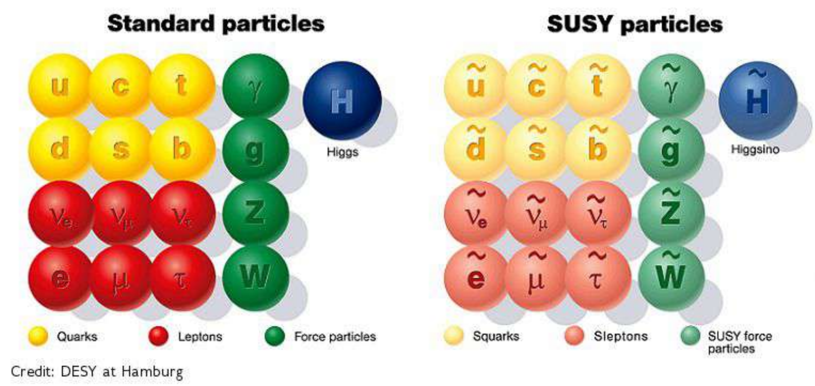

Figura 3 – A *Supersimetria*, ou SUSY. A teoria postula a existência de um "parceiro"mais pesado para cada partícula do Modelo Padrão. Fonte: IFIC (s.d) [3].

A Teoria Clássica de Campos Escalares [18, 19, 20] é fundamentada na minimização de uma ação, sendo esta um funcional do campo. O procedimento de minimização nos leva as equações de movimento para o campo escalar que, a princípio, pode depender das coordenadas espaciais e do tempo [19, 20]. A equação de movimento relativa ao campo escalar depende não só da parte cinética da densidade de lagrangiana, mas também da derivada do potencial escalar em relação ao campo. Esse último termo pode resultar em não-linearidades na equação de movimento e modelos como estes, em sua maioria, não são fáceis de serem resolvidos. Para facilitar a obtenção de soluções analíticas para os mais diversos modelos, é possível utilizar um método conhecido na literatura como Método BPS [21, 22], que possibilita a obtenção de soluções que minimizam a energia de um dado sistema estático.

O Método BPS é frequentemente aplicado a outros contextos físicos onde a densidade de lagrangiana do campo escalar entra como um acoplamento, por exemplo, os modelos de quintessência. A ação de um modelo de quintessência, envolve a ação de Einstein-Hilbert acoplada com a densidade de lagrangiana de um campo escalar real [23, 24]. Um acoplamento deste tipo repercute tanto na equação de movimento relativa à densidade de lagrangiana do campo escalar, quanto nas equações de Friedmann, provenientes da minimização da ação de Einstein-Hilbert [23, 24].

A Teoria de Inflação Cosmológica [25, 26], vem da vertente mais moderna da cosmologia, que utiliza o campo escalar para definir modelos cosmológicos. Essa teoria pressupõe que a energia escura pode ser descrita através de campos escalares, onde defeitos topológicos se tornam campos inflatons, o qual seria responsável pela aceleração cósmica ocorrida nos primórdios do Universo. A presença do campo escalar, o qual é conhecido como inflaton, admite a construção de um modelo capaz de atender os principais problemas encontrados na teoria padrão, em um regime inflacionário. A introdução de um campo escalar nos possibilita gerar um modelo ϕ - CDM (ϕ - Cold Dark Matter), onde o campo escalar ϕ corresponde ao conteúdo de energia escura no Universo.

Alguns trabalhos recentes abordaram um método para investigar modelos de campos escalares reais, utilizando a equação de Einstein e a equação de movimento para o campo escalar de forma muito direta [24]. Nesse método, utiliza-se o potencial dos campos escalares para compreender como o fator de escala ou o parâmetro de Hubble evolui no tempo e sua importância deve-se ao fato de levar a modelos governados por potencial de campo escalar dependente de duas novas funções, $W = W(\phi)$ e $Z = Z(\phi)$, que propicia a redução das equações de movimento a equações diferenciais de primeira ordem.

Partindo desse método e diante da importância em considerar a presença de matéria semelhante à poeira (matéria não relativística sem pressão que pode ser de natureza bariônica ou escura), além de energia escura, para que seja feita uma descrição mais realista do Universo, estendeu-se explicitamente o Formalismo de Primeira Ordem para incluir matéria semelhante à poeira no espaço-tempo plano [9]. Nesse sentido, esta dissertação tem o objetivo de investigar modelos com e sem a presença de poeira, gerando parâmetros e comparando-os com dados presentes na literatura, como os dados da CMB obtidos pelo satélite PLANCK [27]. Com esse intuito, no capítulo 2, faremos uma introdução ao arcabouço teórico utilizado na Teoria Clássica de Campos, para através dessas técnicas, derivarmos as equações de campo da Relatividade Geral de Einstein no capítulo 3. Nesse capítulo, serão abordadas as equações de Friedmann para descrever a dinâmica do Universo e também os modelos alternativos que descrevem sua dinâmica através de campos escalares. Além disso, apresentaremos uma revisão do Formalismo de Primeira Ordem e também uma metodologia analítica para propor novos modelos cosmológicos em contextos mais realistas (casos que incluem poeira). Revisaremos também sobre as quatro eras de expansão do Universo e alguns dos parâmetros relevantes para nosso estudo.

No capítulo 4, por fim, utilizaremos o Formalismo de Primeira Ordem para gerar modelos sem poeira e aplicaremos a citada metodologia analítica para construir o modelo com poeira. Apresentaremos os parâmetros cosmológicos encontrados para os dois tipos de cenários e, em seguida, as representações desses parâmetros graficamente. A partir de tais resultados, poderemos analisar a eficácia dos formalismos utilizados, comparando os resultados obtidos com dados observacionais e existentes na literatura.

2 Teoria Clássica de Campos

Sistemas contínuos possuem um número infinito de graus de liberdade e são descritos por campos com um valor definido em cada ponto do espaço e do tempo: $(\vec{x}, t)$. Campos são adequados para descrever sistemas contínuos, que ocorrem naturalmente na física, como, por exemplo: ondas em um meio elástico; o campo gravitacional newtoniano; os campos elétrico e magnético [19, 28, 29].

As interações das partículas elementares, constituintes básicos da matéria, são expressas por meio de teorias quânticas de campos. Por sua vez, a construção das teorias quânticas das interações fundamentais da natureza, depende crucialmente da possibilidade de primeiro formulá-las como teorias clássicas de campos nas linguagens lagrangiana e hamiltoniana [19].

Enquanto a mecânica clássica aplicada a sistemas discretos lida com um número finito de coordenadas generalizadas, ou graus de liberdade, descritos por equações diferenciais ordinárias, em Teoria de Campos estuda-se a dinâmica dos campos

$$\phi_a(\vec{x}, t), \tag{2.1}$$

onde a é considerado um índice.

A Teoria Clássica de Campos é baseada principalmente no estudo de soluções das equações de movimento oriundos da minimização de uma determinada ação. Quando trabalhamos com cinemática usual, as características dessas soluções estarão associadas diretamente com o potencial do modelo. Em campos escalares reais, esses potenciais são não-lineares e caso as soluções sejam estáticas, elas são classificadas como defeitos, que podem ser topológicos ou não-topológicos. Além disso, perturbando essas soluções, podemos ver quais os vínculos associados, para que tenhamos uma Estabilidade Linear.

Nesta seção, vamos apresentar os conceitos fundamentais de Teoria Clássica de Campos Escalares, abordando sistemas de um e dois campos reais. Abordaremos o Método BPS (Bogomol'nyi, Prasad e Somerfeld) [21, 22] e os Metodos de Deformação [30] e Extensão [31], que são métodos para construir soluções analíticas.

2.1 Teoria de Campos para um Campo Escalar real estático

A descrição de modelos com um Campo Escalar real, com (1,1) dimensões, uma espacial e uma temporal $\phi(x, t)$ é feita a partir de uma função chamada densidade lagrangiana, cuja forma é

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi). \tag{2.2}$$

Em Teoria de Campos [29], as variáveis dependentes (graus de liberdade do sistema) são tratadas como pontos no espaço. Assim, integrando a densidade lagrangiana sobre todo espaço, é possível obter a lagrangiana do sistema

$$L(t) = \int \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) dx^3. \tag{2.3}$$

A ação será a integral de L no tempo, escrita explicitamente segundo

$$S = \int_{t1}^{t2} dt \int \mathcal{L} dx^3 = \int \mathcal{L} dx^4. \tag{2.4}$$

A partir da minimização da ação [19, 28], impondo $\delta S = 0$, podemos determinar a equação de Euler-Lagrange ou equação de movimento, dada por

$$\ddot{\phi} - \phi'' = -V_\phi, \tag{2.5}$$

onde $V_\phi = \partial V(\phi)/\partial\phi$, $\ddot{\phi} = \partial^2\phi/\partial t^2$ e $\phi'' = \partial^2\phi/\partial x^2$.

Para regimes estáticos, a equação (2.5) será ainda mais simplificada, e $\phi(x)$ não dependerá mais do tempo. Neste caso, a equação (2.5) torna-se

$$\phi'' = V_\phi, \tag{2.6}$$

que é uma equação diferencial de segunda ordem. Para solucioná-la, pode-se reduzi-la a uma equação diferencial de primeira ordem, ao multiplicar a equação (2.6) por $d\phi/dx$ em ambos os lados, resultando em

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2\right] = \frac{d}{dx}V(\phi), \tag{2.7}$$

e integrá-la em seguida. O que faz obter a equação diferencial de primeira ordem

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm\sqrt{2V}, \tag{2.8}$$

na qual consideramos a constante de integração igual a zero. É possível simplificá-la ainda mais, definindo que

$$V = \frac{1}{2}W_\phi^2(\phi), \tag{2.9}$$

onde $W = W(\phi)$ é uma função suave do campo ϕ e é denominada "superpotencial" [32]. Além disso, $W_\phi = \frac{dW}{d\phi}$. Substituindo a equação (2.9) na equação de primeira ordem (2.8), é possível encontrar que

$$\phi' = \pm W_\phi. \tag{2.10}$$

Da formulação hamiltoniana para teoria de campos, a integral em todo o espaço da densidade hamiltoniana, associada ao campo $\phi(x,t)$, tem como resultado uma expressão equivalente a energia total do sistema, que será da forma

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left[\frac{1}{2}\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2 + V\right]. \tag{2.11}$$

É importante ressaltar que o superpotencial W, utilizado para reescrever o potencial na equação (2.9), é um termo emprestado dos estudos de supersimetria [33]. Conforme frisado em [34], o modelo de campo escalar em questão pode ser visto como a parte bosônica de um teoria supersimétrica, sendo que os estados BPS, soluções das equações de primeira ordem, conservam parcialmente a supersimetria.

2.2 Método BPS

É possível obter a equação (2.8), através de um procedimento conhecido por Método BPS, desenvolvido por Bogomol'nyi, Prasad e Somerfield [35]. O método BPS, nos permite obter soluções clássicas do tipo parede de domínio, escrevendo os termos da densidade de energia na forma de quadrados perfeitos e, em seguida, minimizar a energia, cancelando, assim, os termos quadráticos. Tal método conduz a equações diferenciais de primeira ordem, que, além de serem mais facilmente resolvidas, quando comparadas com as equações de movimento, também satisfazem as equações de Euler-Lagrange, sendo, portanto, soluções legítimas do sistema. Para demonstrarmos as propriedades do Método BPS, vamos escrever a densidade de hamiltoniana da seguinte maneira

$$\mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}\dot{\phi} - \mathcal{L}. \tag{2.12}$$

Escrevendo a densidade hamiltoniana correspondente à densidade de lagrangiana para o campo $\phi = \phi(x)$, teremos

$$\mathcal{H} = -\mathcal{L} = \frac{\phi'^2}{2} + V, \tag{2.13}$$

deste modo, a energia total do sistema é dada por

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left(\frac{\phi'^2}{2} + V\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} [(\phi' \mp W_\phi)^2 \pm 2\phi' W_\phi] dx, \tag{2.14}$$

e é reduzida à chamada *Energia BPS*

$$|E_{BPS}| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{dW}{d\phi}\frac{d\phi}{dx} \right| = |W[\phi(+\infty)] - W[\phi(-\infty)]| = |\Delta W|, \tag{2.15}$$

considerando o fato da equação diferencial de primeira ordem

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm W_\phi, \tag{2.16}$$

ser obedecida. Dessa forma, é possível calcular a energia das soluções a partir da função superpotencial através dos limites assintóticos do campo escalar sem necessariamente conhecer a forma explicita das soluções.

2.3 Estabilidade Linear

É possível investigar a estabilidade linear das soluções clássicas ao considerar pequenas flutuações em torno da solução estática $\phi_0(x)$. Perturbando a solução é possível ver quais os vínculos associados a ela para que se tenha um sistema estável [19].

Considerando a seguinte solução perturbada

$$\phi(x,t) = \phi_0(x) + \eta(x,t), \tag{2.17}$$

onde $\eta(x,t) \ll \phi_0(x)$ e descreve a perturbação. Quando tal solução é substituída na equação (2.5), a equação de movimento se torna

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \eta \frac{d^2 V}{d\phi^2}\bigg|_{\phi=\phi_0} = 0. \tag{2.18}$$

Como a solução estática só depende de x, considera-se a seguinte forma para a perturbação

$$\eta(x,t) = \sum_{\eta=0}^{\infty} \bar{\eta}(x) \cos\left(\omega_\eta t\right), \tag{2.19}$$

que tem como resultado uma equação do tipo Schrodinger independente do tempo

$$H\bar{\eta}(x) = \omega_\eta^2 \bar{\eta}(x), \tag{2.20}$$

com

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2 V}{d\phi^2}\bigg|_{\phi=\phi_0}. \tag{2.21}$$

As soluções estáticas serão linearmente estáveis se a equação (2.20) possuir apenas autovalores positivos, pois de outro modo, o argumento do cosseno se tornaria imaginário, fazendo a perturbação crescer exponencialmente com o tempo [34, 36]. A equação (2.20), nos casos das soluções tipo kink, sempre terá o chamado *modo zero* com autovalor nulo, que é o estado de menor energia e garante a estabilidade das soluções.

2.4 Carga Topológica

Em Teoria de Campos, podemos verificar a relação entre simetrias e leis de conservação pelo *Teorema de Noether* [19]. Esse teorema propõe que toda simetria contínua em um sistema está associada a uma *corrente conservada* $j^\mu(x)$, que implica em uma *carga conservada* Q. Desse modo, é possível caracterizar as soluções do campo $\phi(x,t)$ pela presença de uma corrente topológica conservada.

Determinado uma equação para uma corrente que seja conservada

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \tag{2.22}$$

onde j^μ é chamado de *corrente topológica* e pode ser definido da seguinte maneira:

$$j^\mu = \epsilon^{\mu\nu}\partial_\nu W. \tag{2.23}$$

Definir a corrente em termos de W é mais adequado do que em termos do próprio campo ϕ [37], pois evita que a carga seja mal definida quando as soluções divergem assintoticamente. Dessa forma, a assimetria de $\epsilon^{\mu\nu}$ implica na conservação da corrente topológica. Partindo disso, é possível definir a carga conservada

$$Q = \int dx j^0 = [W(x \to +\infty) - W(x \to -\infty)] = E_{BPS}, \tag{2.24}$$

que é a *carga topológica* associada à corrente através da integral, em todo o espaço, da componente j^0, que é entendida como a densidade de corrente. Além disso, Q é numericamente igual a energia – conhecida por energia BPS – para campos estáticos.

É possível identificar dois tipos de soluções: os defeitos topológicos com $Q_t \neq 0$, pois conectam mínimos distintos, e defeitos não-topológicos, com $Q_t = 0$, pois conectam o mesmo valor de mínimo em ambos os extremos. Soluções do tipo kink e do tipo lump são exemplos de defeitos topológicos e não-topológicos, respectivamente.

2.5 Defeitos Topológicos

Esse tipo de defeito, chamado de kink ou antikink – nos casos das soluções negativas – surge em teorias clássicas de campos escalares reais unidimensionais. A existência de uma carga topológica não nula caracteriza uma solução do tipo kink [19]. Este nome está relacionado com o formato dessas soluções como vemos no gráfico da figura 5. À medida que se afastam da origem, essas soluções se comportam de maneira diferente, de forma que conectam assintoticamente valores distintos do campo, $\phi(x \to \infty) \neq \phi(x \to -\infty)$.

Um dos exemplos mais simples que implica na formação de defeitos topológicos é o modelo ϕ^4, que é de interesse para diversas áreas da física, e tem potencial da forma

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(\phi^2 - 1)^2, \tag{2.25}$$

representado na figura 4, que comparando com a equação (2.9), tem-se que

$$W_\phi = (1 - \phi^2), \tag{2.26}$$

chegando na equação de primeira ordem

$$\phi' = \pm W_\phi = \pm(1 - \phi^2). \tag{2.27}$$

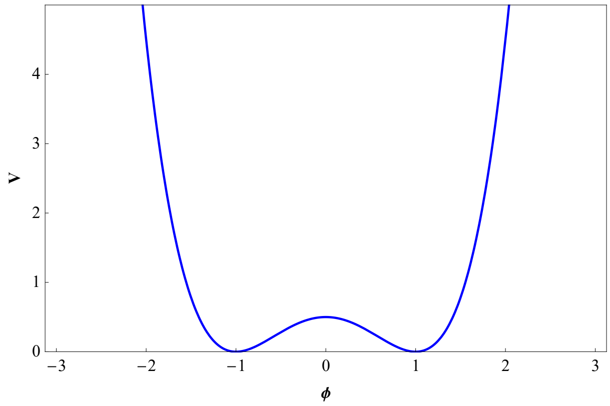

Figura 4 – Gráfico do potencial do modelo ϕ^4. Fonte: produção da própria autora (2022).

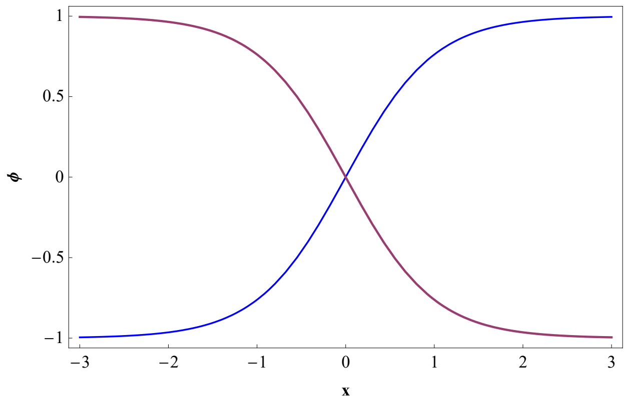

Figura 5 – Gráfico da solução kink, em azul, e antikink, em roxo, para o modelo ϕ^4. Fonte: produção da própria autora (2022).

As soluções estáticas devem satisfazer a equação (2.5), sendo escritas como – cf. figura 5:

$$\phi(x) = \pm \tanh(x). \tag{2.28}$$

Podemos verificar diretamente que a energia BPS e a carga topológica deste modelo são

$$E_{BPS} = W(\phi(+\infty)) - W(\phi(-\infty)) = (+1) - \frac{(+1)^3}{3} - (-1) - \frac{(-1)^3}{3} = Q_T = \frac{4}{3}. \tag{2.29}$$

No modelo ϕ^4, o potencial tende a zero nos extremos, e o mesmo valor da energia BPS pode ser obtido através da relação para a energia total (2.11), que resulta na equação

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} sech^4(x)dx = \frac{4}{3}, \tag{2.30}$$

onde a densidade de energia do defeito, figura 6, é dada por $\rho(x) = sech^4(x)$. Ao verificar o modo zero [38] da solução, figura 7, pode-se inferir sobre sua estabilidade. O modo zero será descrito por

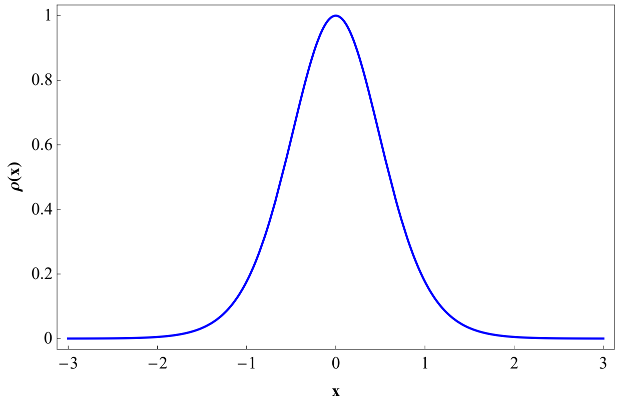

Figura 6 – Gráfico da densidade de energia do modelo ϕ^4. Fonte: produção da própria autora (2022).

$$\eta_0(x) = \frac{d[tanh(x)]}{dx} = sech^2(x). \tag{2.31}$$

e não possui nós, o que garante a estabilidade da solução, pois, qualquer outro estado ligado

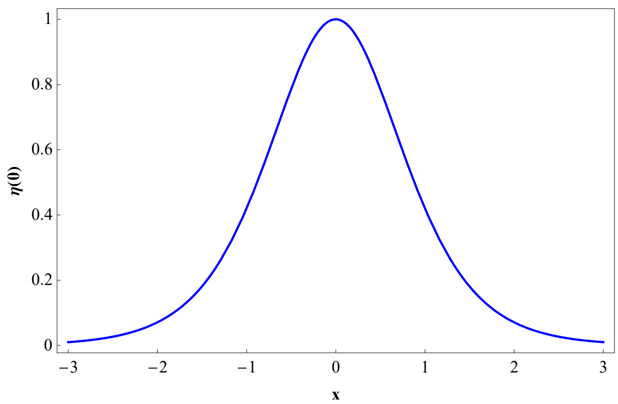

Figura 7 – Gráfico do modo zero associado ao modelo ϕ^4. Fonte: produção da própria autora (2022).

existente deve possuir obrigatoriamente energia positiva. O resultado (2.29) corresponde ao valor energético necessário para criar uma solução topológica tipo kink ou anti-kink no modelo ϕ^4. Como $E_{BPS} \neq 0$, há uma carga topológica associada a esses defeitos. O potencial ϕ^4 possui um setor topológico associado a um processo de quebra espontânea de simetria, consequentemente, podemos atribuir a existência da carga topológica à quebra da simetria presente no potencial.

2.6 Defeitos não-topológicos

Ao contrário dos defeitos do tipo kink [34], os defeitos não-topológicos – ou defeitos tipo lumps, são estruturas instáveis, que apresentam carga topológica nula, visto que sua forma característica conecta a uma mesma configuração do campo.

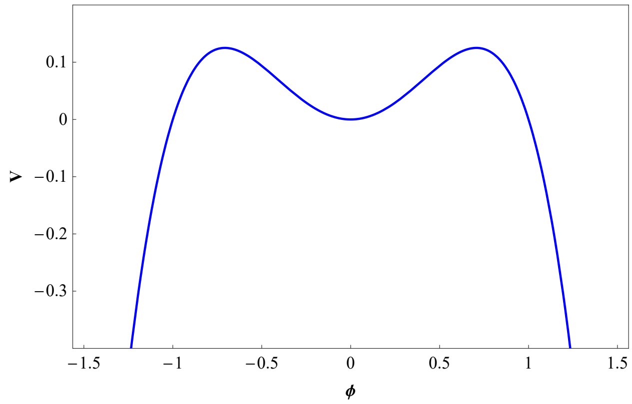

Figura 8 – Gráfico do potencial do modelo ϕ^4 invertido. Fonte: produção da própria autora (2022).

Como exemplo, considera-se o modelo ϕ^4 invertido, definido pelo potencial – cf. figura 8 -

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\phi^2 - \frac{1}{2}\phi^4. \tag{2.32}$$

As soluções estáticas que satisfazem a equação de movimento são dadas por

$$\phi(x) = \pm sech(x), \tag{2.33}$$

que podem ser vistas na figura 9.

A partir da equação (2.11), teremos que a energia total do lump será

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} sech^2(x) tanh^2(x) dx = \frac{2}{3}, \tag{2.34}$$

sendo o integrando sua densidade de energia – cf. figura 10. Uma carga topológica nula implica em uma energia BPS igual a zero, caracterizando a presença de defeitos não-topológicos no potencial ϕ^4 invertido.

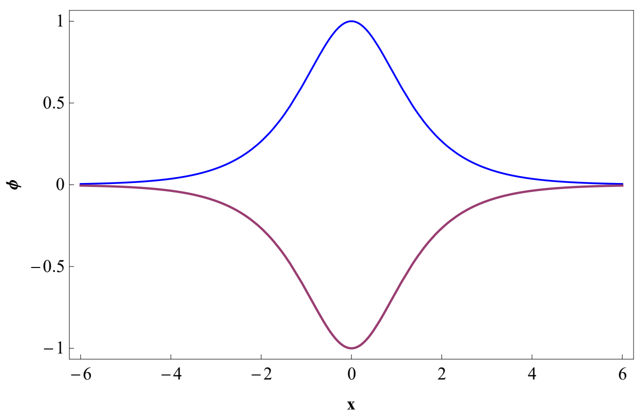

Figura 9 – Gráfico da solução lump, em azul, e solução antilump, em roxo, para o modelo ϕ^4 invertido. Fonte: produção da própria autora (2022).

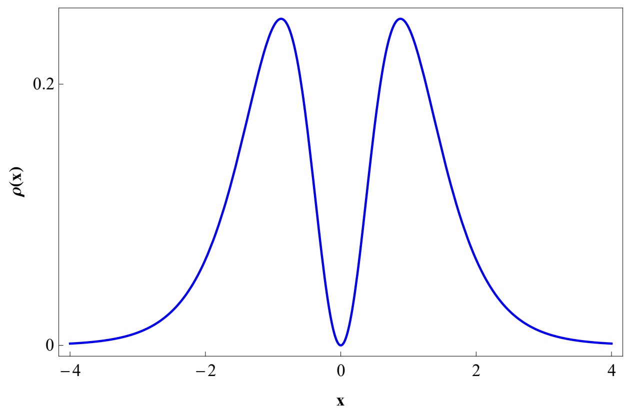

Figura 10 – Gráfico da densidade de energia que caracteriza o modelo ϕ^4 invertido. Fonte: produção da própria autora (2022).

A estabilidade é verificada a partir do modo zero, o qual é expresso como

$$\eta_0 = \frac{d(sech(x))}{dx} = -sech(x)tanh(x), \tag{2.35}$$

que caracteriza a instabilidade desse defeito, pois implica em autovalores negativos na equação (2.20) – figura 11.

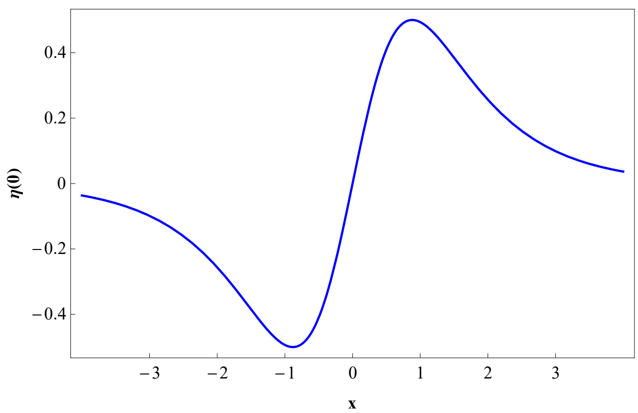

Figura 11 – Gráfico do modo zero associado ao modelo ϕ^4 invertido, que evidencia sua instabilidade. Fonte: produção da própria autora (2022).

2.7 Modelo de dois Campos Escalares Reais

É possível escrevermos um modelo composto por dois campos escalares reais de modo semelhante ao formalismo apresentado para um campo escalar: tomando a densidade de lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - V(\phi,\chi), \tag{2.36}$$

que tem as equações de movimento

$$\phi'' = V(\phi)$$

$$e \tag{2.37}$$

$$\chi'' = V(\chi),$$

para campos estáticos, com $\phi = \phi(x)$ e $\chi = \chi(x)$ em (1,1) dimensões. A densidade de halmitoniana que corresponde a esse sistema é

$$\mathcal{H} = -\mathcal{L} = \frac{\phi'^2}{2} + \frac{\chi'^2}{2} + V(\phi, \chi). \tag{2.38}$$

Desenvolvendo o procedimento BPS, temos

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{H} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\phi'^2}{2} + \frac{\chi'^2}{2} + V(\phi, \chi) \right] dx. \tag{2.39}$$

Se o potencial $V(\phi, \chi)$ for definido como

$$V(\phi, \chi) = \frac{W_\phi^2}{2} + \frac{W_\chi^2}{2}, \tag{2.40}$$

com $W_\phi = \partial W / \partial \phi$ e $W_\chi = \partial W / \partial \chi$, a energia total passa a ser

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\phi'^2}{2} + \frac{\chi'^2}{2} + \frac{W_\phi^2}{2} + \frac{W_\chi^2}{2} \right] dx, \tag{2.41}$$

e, ao completarmos um quadrado na relação anterior, temos

$$E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} [(\phi' \mp W_\phi)^2 + (\chi' \mp W_\chi)^2 \pm 2W_\phi \phi' \pm 2W_\chi \chi'] dx. \tag{2.42}$$

Como as equações diferenciais que minimizam a energia são

$$\phi' \mp W_\phi(\phi, \chi) = 0$$

$$e \tag{2.43}$$

$$\chi' \mp W_\chi(\phi, \chi) = 0,$$

resultará na energia total

$$E_{BPS} = |E| = \int_{-\infty}^{+\infty} (\phi' W_\phi + \chi' W_\chi) dx, \tag{2.44}$$

ou seja,

$$E_{BPS} = |W(\phi(+\infty), \chi(+\infty)) - W(\phi(-\infty), \chi(-\infty))|. \tag{2.45}$$

Analogamente à definição de carga topológica, se $E_{BPS} = 0$, temos um setor não topológico. Se $E_{BPS} \neq 0$, temos um setor topológico.

As equações (2.43), rearranjadas, fornecem a equação diferencial

$$\frac{d\phi}{d\chi} = \frac{W_\phi}{W_\chi}, \tag{2.46}$$

que é conhecida como equação de órbita e mapeia um campo em termos do outro, no caso, relaciona os campos $\phi(x)$ e $\chi(x)$. A partir dessa equação, é possível resolver as equações de primeira ordem obtidas via método BPS, pois a solução da equação de órbita permite, quando possível, desacoplar as equações (2.43), o que facilita a determinação de soluções analíticas. Quando trabalhamos com modelos de dois campos, uma vez que as características topológicas serão descritas pelo par (ϕ, χ), a corrente topológica é definida por

$$j_T^\mu = \epsilon^{\mu\nu}\partial_\nu W(\phi, \chi). \tag{2.47}$$

Tal definição resulta na carga topológica

$$Q_T = \int_{-\infty}^{+\infty} dx j_T^0 = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{dW}{dx} = |W(\phi(+\infty), \chi(+\infty)) - W(\phi(-\infty), \chi(-\infty))|, \tag{2.48}$$

que é igual, em módulo à energia BPS.

2.8 Método de Deformação

É de interesse determinar soluções analíticas para potenciais polinomiais de campos escalares em (1, 1) dimensões, mas é uma tarefa muito difícil encontrar defeitos analíticos, resolvendo equações de movimento provenientes da densidade lagrangiana para potenciais polinomiais de grau maior que seis.

O Método de Deformação [30], desenvolvido por Bazeia, Losano e Malbouisson em 2002 é um dos métodos que tem sido utilizados para encontrar soluções analíticas. Este método, como citam Souza e Rodrigues (2019), consiste em gerar novos modelos a partir do potencial e da solução de um modelo conhecido, com o auxílio de uma função deformadora apropriada, gerando soluções analíticas sem precisar recorrer a métodos computacionais ou análise numérica.

Dada a densidade Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi), \tag{2.49}$$

sua equação de movimento para soluções estáticas é a equação de segunda ordem

$$\phi'' = V_\phi, \tag{2.50}$$

com $\phi' = d\phi/dx$, cuja equação diferencial de primeira ordem correspondente é

$$\phi' = W_\phi = \sqrt{2V}. \tag{2.51}$$

Supondo uma nova densidade lagrangiana dada por

$$\mathcal{L}_d = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - U(\chi), \tag{2.52}$$

analogamente, sua equação de primeira ordem correspondente será

$$\chi' = \sqrt{2U}. \tag{2.53}$$

Definindo a seguinte relação entre os campos ϕ e χ, teremos

$$\chi = f(\phi), \tag{2.54}$$

onde $f(\phi)$ é inversível e é chamada de função de deformação. A partir desta função, é possível calcular diretamente

$$\chi' = \frac{df}{d\phi}\frac{d\phi}{dx} = f_\phi\phi'. \tag{2.55}$$

Substituindo as relações para ϕ' e χ' vistas em (2.8) e (2.53) obtemos

$$V(\phi) = \frac{U(\chi = f(\phi))}{f_\phi^2}, \tag{2.56}$$

onde $f_\phi = df/d\phi$.

2.9 Método de Extensão

Outro método desenvolvido para encontrar soluções analíticas é o Método de Extensão. O procedimento, proposto por Bazeia, Losano e Santos [31], propicia a construção de modelos de dois campos a partir um dado modelo de um campo e uma função deformadora. Esta função gerará outro modelo de um campo, que é obtido do modelo inicial. Tendo os dois modelos de um campo, eles são acoplados gerando assim, um modelo de dois campos efetivos que já carrega consigo algumas soluções topológicas explícitas.

Inicialmente, consideremos um modelo inicial bem conhecido, como descrito pela equação (2.49) e uma função deformadora, tal como a equação (2.54). A partir da ação de f no modelo inicial teremos um segundo modelo de um campo, dado pela equação (2.52), de forma que cada modelo possui suas respectivas equações de primeira ordem, como dadas pelas equações (2.51) e (2.53).

Seja

$$\phi' = f_\chi\chi'$$

$$e \tag{2.57}$$

$$W_\phi(\phi \to \chi) = F_\chi W_\chi(\chi),$$

então, podemos escrever

$$f_\chi = \frac{\phi'(\chi)}{\chi'(\chi)} = \frac{d\phi}{d\chi} = \frac{W_\phi(\chi)}{W_\chi(\chi)}. \tag{2.58}$$

A equação (2.58) tem uma estrutura semelhante a apresentada na equação (2.46), que é a equação da órbita para um modelo de dois campos. A partir dessa semelhança, encontra-se a motivação dos autores [31] para introduzir a ideia chave do método, que depende do uso de uma função deformadora para reescrever a equação (2.58) como

$$\frac{d\phi}{d\chi} = \frac{W_\phi(\phi,\chi)}{W_\chi(\phi,\chi)}, \tag{2.59}$$

que resulta em uma relação de órbita para o modelo de dois campos, que é a proposta do método.

O primeiro passo para efetivar a ideia é reconhecer que a equação de primeira ordem $\phi' = W_\phi(\phi)$ pode ser reescrita de três forma equivalentes

$$\begin{aligned} \phi' &= W_\phi(\phi), \\ \phi' &= W_\phi(\chi), \\ &\text{e} \\ \phi' &= W_\phi(\phi,\chi) \end{aligned} \tag{2.60}$$

onde $\phi \to f(\chi)$ na segunda expressão de forma total e na terceira expressão de forma parcial. No último caso, esse procedimento deve ser feito de uma forma particular tal que W_ϕ seja uma função específica dos dois campos, acoplando ambos. Digamos que em $W_\phi(\phi)$ contém o termo ϕ^3, então podemos escrever $\phi^3 = \phi \times \phi^2$ e então efetuamos a mudança $\phi = f^2(\chi)$ ou $f(\chi) \times \phi^2$, levando a dois modelos distintos.

Fazendo o mesmo para $\chi' = W_\chi(\chi)$, tem-se

$$\begin{aligned} \chi' &= W_\chi(\chi) \\ \chi' &= W_\chi(\phi) \\ &\text{e} \\ \chi' &= W_\chi(\phi,\chi). \end{aligned} \tag{2.61}$$

Em seguida, é utilizado um mecanismo construído para controlar o método. Para isso, os autores introduziram três conjuntos de três parâmetros reais, $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ e c_1, c_2, c_3, vinculados de forma tal que

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1,$$

$$b_1 + b_2 + b_3 = 1, \tag{2.62}$$

e

$$c_1 + c_2 + c_3 = 0.$$

Utilizando esses parâmetros, podemos efetuar as mudanças: $W_\phi \to a_1 W_\phi(\chi) + a_2 W_\phi(\phi, \chi) + a_3 W_\phi(\phi)$ e $W_\chi \to b_1 W_\chi(\chi) + b_2 W_\chi(\phi, \chi) + b_3 W_\chi(\phi)$, de forma a escrevermos

$$\frac{d\phi}{d\chi}\frac{W_\phi}{W_\chi} = \frac{a_1 W_\phi(\chi) + a_2 W_\phi(\phi, \chi) + a_3 W_\phi(\phi) + c_1 g(\chi) + c_2 g(\phi, \chi) + c_3 g(\phi)}{b_1 W_\chi(\chi) + b_2 W_\chi(\phi, \chi) + b_3 W_\chi(\phi)}, \tag{2.63}$$

onde $g(\chi) = g(\phi, \chi) = g(\phi)$ é, em princípio, uma função arbitrária construída utilizando os mesmos procedimentos feitos para W_ϕ e W_χ. É importante ressaltar que o termo $+c_1 g(\chi) + c_2 g(\phi, \chi) + c_3 g(\phi)$ também poderia ter sido adicionado ao denominador, ao contrário do que fizemos na equação (2.63). Isso apenas mudaria o papel entre os dois campos ϕ e χ.

A forma específica de g pode ser obtida ao tirarmos proveito de uma condição que o superpotencial para um modelo de dois campos $W(\phi, \chi)$ obedece, que é

$$W_{\phi\chi} = W_{\chi\phi}. \tag{2.64}$$

Da expressão (2.63), vemos que

$$W_\chi \to b_1 W_\chi(\chi) + b_2 W_\chi(\phi, \chi) + b_3 W_\chi(\phi) \tag{2.65}$$

e

$$W_\phi \to a_1 W_\phi(\chi) + a_2 W_\phi(\phi, \chi) + a_3 W_\phi(\phi) + c_1 g(\chi) + c_2 g(\phi, \chi) + c_3 g(\phi). \tag{2.66}$$

Então, utilizando as equações acima e impondo (2.64), temos finalmente o vínculo

$$b_2 W_{\chi\phi}(\phi, \chi) + b_3 W_{\chi\phi}(\phi) = a_1 W_{\phi\chi}(\chi) + a_2 W_{\phi,\chi}(\phi\chi) + c_1 g_\chi(\chi) + c_2 g_\chi(\phi, \chi), \tag{2.67}$$

que é usado para calcular a função g. Feito isso, podemos finalmente determinar a forma final de $W(\phi, \chi)$, que define um modelo de dois campos, e que, por construção, já apresenta um par de soluções.

3 Gravitação e Cosmologia

A descoberta da lei que governa a expansão do Universo foi feita por Hubble precedida por pequenos e importantes passos [39]. Vesto M. Slipher, em 1912, percebeu que as linhas espectrais de Andrômeda estavam deslocadas para o azul. Medindo o deslocamento espectral ele conseguiu determinar a velocidade de Andrômeda em relação à Terra. Em 1915 ele já tinha 40 medidas de espectro de nebulosas com 15 velocidades radiais estimadas, número que sobe para 25 em 1917. Contrariamente ao observado para Andrômeda, a grande maioria apresentava velocidades positivas.

Em 1917, o astrônomo holandês Willem de-Sitter sugere que a velocidade de afastamento de objetos aleatoriamente espalhados no Universo aumentaria com a distância. Esta propriedade era conhecida como "efeito de-Sitter", O que viria a ser mostrado observacionalmente por Hubble mais de uma década depois.

Em 1922, Aleksandr Aleksandrovich Friedmann, cientista russo, obteve soluções expansionistas das equações de Einstein. O Universo descrito pelo modelo de Friedmann é espacialmente homogêneo, isotrópico em relação a qualquer ponto, e possui uma origem no passado em que a densidade de matéria diverge. Este modelo é considerado atualmente o Modelo Padrão da cosmologia. Friedmann mostrou que sob certas condições obtém-se uma solução que descreve a expansão e contração em ciclos do Universo e cujo período ele estimou em dez bilhões de anos - valor bastante próximo ao que hoje acreditamos ser a idade do Universo (quatorze bilhões de anos).

Em 1928, H. Robertson, usando as velocidades obtidas por Slipher e dados de distância de galáxias já publicados por Hubble, encontra uma relação aproximadamente linear entre velocidade e distância. Em 1929, e nos anos subsequentes, Hubble sistematicamente estende suas medidas de distância, e usando desvios para o vermelho medidos por Milton Humason, coloca sobre uma base firme a validade da lei que indica que a razão entre a velocidade de afastamento de uma galáxia e sua distância é uma constante.

O que de fato Hubble observou foi a existência de uma relação linear entre o desvio para o vermelho e a distância, isto é,

$$cz = H_0 r, \tag{3.1}$$

com $H_0 =$ constante, e relacionando a velocidade e o desvio para o vermelho, construiu a seguinte equação:

$$v_c = H_0 r, \tag{3.2}$$

com validade limitada. Posteriormente, a equação (3.2) veio a se tornar a conhecida Lei de Hubble, que é escrita como

$$v(t) = H(t)r(t). \tag{3.3}$$

A Lei de Hubble, como definida, é sempre válida. Ela é consequência do Princípio Cosmológico (PC) [40], que estabelece que em escalas suficientemente grandes o Universo é homogêneo e isotrópico. A homogeneidade significa a equivalência de todos os pontos do espaço e a isotropia a igualdade, em um determinado ponto, de todas as direções. Várias observações apoiam o PC. Em escalas muito grandes (centenas de Mpc), por exemplo, a distribuição de galáxias é bastante uniforme e, quanto maior a escala, mais essa uniformidade aumenta. Outro exemplo é dado pela a homogeneidade da radiação cósmica de fundo (CMB), cujas flutuações de temperatura têm uma amplitude muito pequena (figura 12).

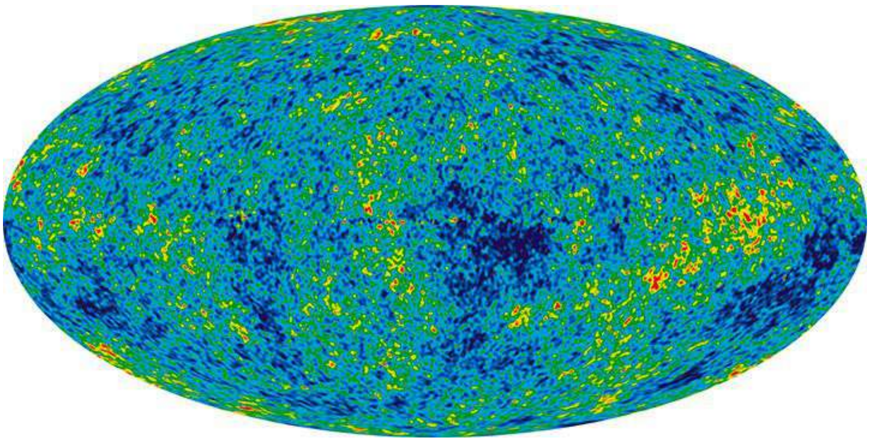

Figura 12 – A imagem repreenta o brilho do Universo primitivo, criada a partir de nove anos de dados do WMAP. A imagem revela flutuações de temperatura da radiação cósmica de fundo (CMB) de 13,77 bilhões de anos que correspondem às "sementes"que cresceram para se tornar as galáxias. Este mapa é notavelmente uniforme. Fonte: NASA/ WMAP Science Team (2014) [4].

3.1 O Universo em Expansão Acelerada e a Energia Escura

Quando Einstein publicou a Teoria Geral da Relatividade em 1915 [41], ainda não se sabia da existência de outras galáxias além da Via Láctea e do fato de que o Universo encontrava-se em expansão. O modelo de Einstein, além de ser espacialmente homogêneo, tinha a propriedade de ser estático. Como a gravitação é atrativa, para obter um Universo estático Einstein modificou suas equações originais do campo gravitacional introduzindo um termo repulsivo, que ficou conhecido como constante cosmológica, representado pela letra grega Λ.Com a descoberta de que o Universo se expandia, a partir dos estudos de Edwin Hubble em 1929, esse termo pôde ser descartado.

Contudo, como citado por [42], em 1998 dois grupos de pesquisadores constataram independentemente, através de dados de supernova do tipo Ia, que o Universo se expande de forma acelerada. Uma supernova é uma explosão de grandes proporções que acontece nos estágios finais da evolução de uma estrela. As supernovas do tipo Ia – ou SNIa –, ocorrem em sistemas binários de estrelas, nos quais uma delas é uma anã branca, que subtrai matéria da segunda estrela. Nesse processo, a anã branca, após acumular matéria suficiente, explode produzindo uma supernova e despejando seu conteúdo envoltório pelo Cosmos – figura 13.

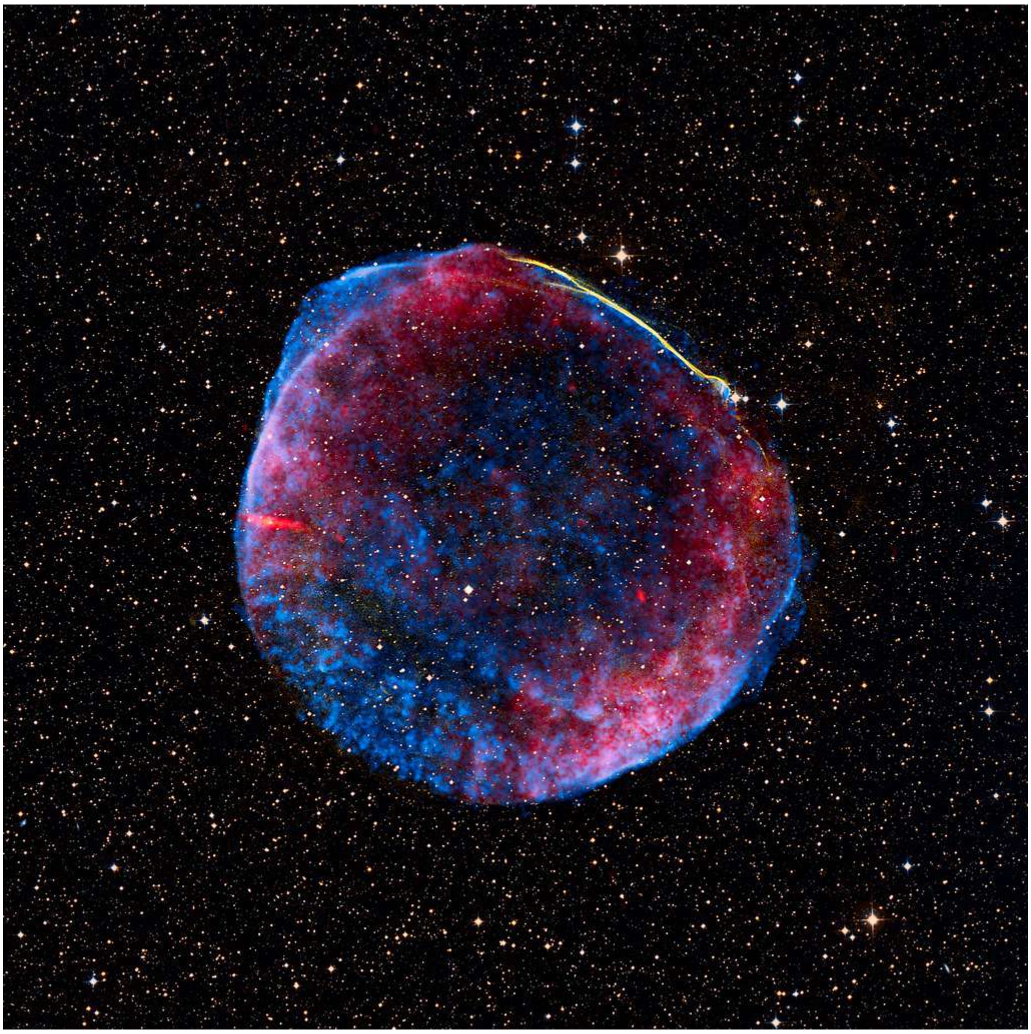

Figura 13 – Imagem composta do remanescente da supernova SN 1006, localizada a cerca de 7.100 anos-luz da Terra, visto em rádio (vermelho), raios-X (azul) e luz visível (amarelo) por diferentes telescópios no espaço e no solo. Fonte: ESO (2013) [5].

As observações dessas explosões foram primordiais para a descoberta de que o Universo expande aceleradamente, pois as distâncias em um Universo em expansão acelerada são maiores do que em um Universo que desacelera ou expande-se com velocidade constante. Assim, se o Universo estiver em expansão acelerada, supernovas distantes parecerão menos luminosas do que pareceriam se a expansão do Universo estivesse desacelerando-se.

Até o momento, as observações cosmológicas concordam com o modelo cosmológico

ΛCDM, (Lambda Cold Dark Matter), também conhecido como Modelo Padrão ou Modelo de Concordancia Cósmica. Nesse modelo, atribui-se como causa para a expansão acelerada do Cosmos, uma componente energética chamada de energia escura – ou do inglês, dark energy –, que consiste em um fluido de pressão negativa. Com isso, a constante cosmológica voltou a ser considerada, pois consiste na explicação mais simples para a energia escura como sendo produzida a partir da energia quântica do vácuo.

3.2 Gravitação e a Formulação Lagrangiana

Uma forma de chegarmos às equações de campo da relatividade geral, as Equações de Einstein, é derivar estas equações a partir do princípio variacional de Hamilton (minimização da ação), partindo da ação que ficou conhecida como "Ação de Einstein-Hilbert".

A ação é uma integral sobre o espaço-tempo de uma densidade lagrangiana, que por sua vez, pode ser escrita como $\sqrt{-g}$ vezes um escalar, onde g é o determinante do tensor métrico. A escolha mais simples, como propôs David Hilbert, para uma densidade lagrangiana seria

$$\mathcal{L}_H = \sqrt{-g}R, \tag{3.4}$$

que resulta na ação

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\Big(- \frac{R}{4} + \mathcal{L}\Big), \tag{3.5}$$

onde considera-se o sistema de unidades, no qual $4\pi G = c = 1$; g é o determinante do tensor métrico; ϕ corresponde ao campo escalar e R é o escalar de Ricci, que, de acordo com [43], é obtido por uma multiplicação do tensor de Ricci $R_{\mu\nu}$ pelo tensor métrico contravariante $g^{\mu\nu}$. O citado tensor de Ricci é um tensor bivalente, obtido por uma contração do tensor de Riemann. Para uma interpretação geométrica do tensor e do escalar de Ricci ver [44].

Variando a ação em relação a métrica, teremos

$$\delta S = 0, \tag{3.6}$$

que levará à equação

$$\delta S = \int d^4x\Big[\delta(\sqrt{-g})\Big(- \frac{R}{4} + \mathcal{L}\Big) + \sqrt{-g}\Big(\delta\Big(- \frac{R}{4}\Big) + \delta\mathcal{L}\Big)\Big]. \tag{3.7}$$

Ao longo do procedimento de minimização da ação, utilizaremos a seguinte identidade:

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{\sqrt{-g}}{2}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}. \tag{3.8}$$

Assim, a equação (3.7) será escrita como

$$\delta S = \int d^4x\Big[\frac{\sqrt{-g}}{2}\Big(\frac{R}{4}g_{\mu\nu} - \mathcal{L}g_{\mu\nu}\Big)\delta g^{\mu\nu} + \sqrt{-g}\delta\Big(- \frac{R}{4} + \mathcal{L}\Big)\Big], \tag{3.9}$$

onde $R = R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$. Dessa maneira, pode-se escrever

$$\int -\sqrt{-g}\frac{\delta R}{4} = \sqrt{-g}\Big[-\frac{1}{4}(\delta g^{\mu\nu})R_{\mu\nu} - \frac{1}{4}g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu}\Big], \tag{3.10}$$

onde o segundo termo dentro dos colchetes é nulo, devido a condições de contorno. Ao variar a densidade lagrangiana em relação ao tensor métrico, tem-se

$$\delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial g^{\mu\nu}}\delta g^{\mu\nu}. \tag{3.11}$$

Ao substituir as equações (3.10) e (3.11) na equação (3.9), reagrupando os termos semelhantes, obtêm-se

$$\delta S = \int \sqrt{-g}\Big[-\frac{1}{4}\Big(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\Big) + \frac{1}{2}\Big(2\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu}\mathcal{L}\Big)\Big]\delta g^{\mu\nu}d^4x. \tag{3.12}$$

Segundo a teoria da relatividade geral introduzida por Albert Einstein em 1915 [45], a estrutura geométrica e a matéria de uma dada região do espaço-tempo são conectadas através das seguintes equações de campo:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 2T_{\mu\nu}, \tag{3.13}$$

e

$$2\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu}\mathcal{L} = T_{\mu\nu}. \tag{3.14}$$

que é a equação de Einstein e o tensor $energia - momento$, respectivamente. De modo geral, o princípio variacional aplicado à ação de Einstein-Hilbert, resulta nas equações de campo da Relatividade Geral

$$G_{\mu\nu} = 2T_{\mu\nu}. \tag{3.15}$$

3.3 Equações de Friedmann e o Modelo FRLW

O espaço e o tempo, de acordo com a relatividade de Einstein [41], integram-se em uma estrutura quadridimensional, o espaço-tempo. É possível descrever a dinâmica do Universo, enunciando como calcula-se a distância entre dois pontos no espaço-tempo a partir de um elemento de linha apropriado. Usa-se, então, a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) [46, 47], que é adequada para qualquer espaço-tempo consistente com o princípio cosmológico, ao postular que o Universo é espacialmente homogêneo e isotrópico, mas evoluindo com o tempo,

$$ds^2 = c^2dt^2 - a(t)^2dl^2, \tag{3.16}$$

onde: t é o tempo cósmico, que representa o tempo medido por um observador que vê o Universo se expandindo uniformemente a sua volta; $a(t)$ é o *fator de escala*, que é um termo introduzido para descrever a expansão $(a(t)^2 > 1)$ ou contração $(a(t)^2 < 1)$ do Universo com o tempo; e dl representa o elemento de linha em um espaço de três dimensões com curvatura constante. Em coordenadas esféricas, essa métrica tridimensional terá a forma

$$dl^2 = \frac{1}{1-kr^2}dr^2 + r^2(d\theta^2 + sen^2\theta d\phi^2). \tag{3.17}$$

Sendo k determinado pela geometria espacial do Universo: +1 (esférica), 0 (plana) ou -1 (hiperbólica) - figura 14. Para obter as equações que descrevem a dinâmica do Universo, aplica-se a métrica FLRW nas equações de campo da gravitação de Einstein. A partir do elemento de linha, têm-se as componentes do tensor métrico, g, que serão

$$g_{00} = 1; \tag{3.18}$$

$$g_{11} = \frac{-a^2}{(1-r^2k)}; \tag{3.19}$$

$$g_{22} = -a^2r^2; \tag{3.20}$$

$$g_{33} = -a^2r^2sen^2\theta. \tag{3.21}$$

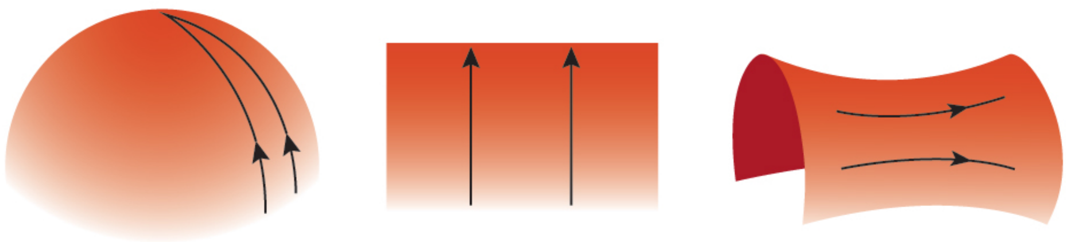

Figura 14 – Geometria em espaço esférico, plano e hiperbólico, com diferentes valores para o parâmetro de curvatura k. Na primeira, onde $k = 1$, linhas paralelas eventualmente se encontram; na segunda, $k = 0$, linhas paralelas permanecem paralelas indefinidamente; por fim, na terceira, $k = -1$, as linhas paralelas nunca se encontram. Fonte: Imagem adaptada de [6].

Com isso, pode-se calcular os *símbolos de Cristoffel* não-nulos e, consequentemente, obter as componentes não-nulas do *tensor de Ricci*, cujas relações explícitas são

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a} \tag{3.22}$$

e

$$R_{ij} = -\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{2k}{a^2}\right)g_{ij}, \tag{3.23}$$

com $i, j = 1, 2, 3$. Em seguida, calcula-se o escalar de Ricci, que resultará em

$$R = -6\left(\frac{a}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right). \tag{3.24}$$

A partir disso, é possível escrever explicitamente as componentes temporal e espacial do tensor de Einstein da seguinte maneira:

$$G_{00} = 3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right); \tag{3.25}$$

$$G_{ij} = \left(\frac{2a}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right)g_{ij}. \tag{3.26}$$

Considera-se que a matéria e energia do Universo sejam descritas por um fluido perfeito que, por sua vez, incorpora o princípio cosmológico – tal qual a métrica. O tensor energia-momento para um fluido dessa natureza é dado por

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu + p g_{\mu\nu}, \tag{3.27}$$

onde ρ é a densidade de energia total, p é a pressão total e U é a quadri-velocidade.

De acordo com [47], pode-se reescrever o tensor energia-momento, seguindo

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & g_{ij}p & \\ 0 & & & \end{pmatrix}. \tag{3.28}$$

Assim, utilizando as equações (3.15) e (3.25), é possível escrever

$$H^2 = \frac{2}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \tag{3.29}$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3}(\rho + 3p), \tag{3.30}$$

onde considera-se que tanto a pressão quanto a densidade de energia totais podem ser decompostas em termos das respectivas componentes do Universo. Essas são as equações de Friedmann. A primeira, caracteriza a taxa de expansão do fator de escala, em função da densidade de energia, através do parâmetro de Hubble H. Enquanto que a segunda equação expressa a taxa de aceleração do fator de escala em função da densidade de energia e pressão totais do Universo.

3.4 Parâmetros Cosmológicos

Os modelos cosmológicos são bem representados em termos de seus parâmetros. Nas subseções seguintes, abordaremos os parâmetros cosmológicos mais importantes para o nosso estudo.

3.4.1 Parâmetro de Hubble e o fator de escala

Como visto, a equação de Friedmann é escrita em termos do chamado fator de escala [48, 49], o qual descreve as mudanças de distâncias em cosmologia. O fator de escala é uma quantidade fundamental quando se estuda um Universo que se expande. Ele indica, por exemplo, como as distâncias cosmológicas variam com o tempo. Assim, através dele, podemos saber o quanto elas eram menores no passado quando comparadas com essas mesmas distâncias medidas hoje.

Ao considerar, por exemplo, duas galáxias A e B. Num certo instante t_1 (arbitrário) elas estão separadas por uma distância r_1 e, num outro instante t, a separação entre elas é r. Pelo Princípio Cosmológico, os unicos movimentos permitidos serão a expansão ou a contração isotrópica do Universo, assim, tem-se que

$$r = \frac{a(t)}{a(t_1)} r_1, \tag{3.31}$$

onde $a(t)$ é o fator de escala, que mede as variações nas escalas produzidas pela expansão (ou contração) do Universo. O fator de escala está associado à lei de Hubble como

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{r_1}{a(t_1)} \frac{da(t)}{dt} \tag{3.32}$$

e levando em conta a equação (3.3), tem-se que

$$Hr = H \frac{a(t)}{a(t_1)} r_1 = \frac{r_1}{a(t_1)} \frac{da(t)}{dt} \tag{3.33}$$

ou

$$H(t) = \frac{1}{a(t)} \frac{da}{dt} = \frac{\dot{a}}{a}. \tag{3.34}$$

Verificamos que, nesta formulação, H não é constante, mas sim uma função do tempo $H(t)$, chamada de Parâmetro de Hubble. Esse parâmetro representa a taxa de expansão do Universo em um dado tempo t, sendo portanto, H_0 o valor atual de $H(t)$, ou seja, $H_0 = H(t = t_0)$.

3.4.2 Parâmetro de aceleração

Geralmente, o estudo da aceleração do Universo em modelos cosmológicos é realizado através da definição do parâmetro de aceleração $\bar{q}$ [50], que é definido como

$$\bar{q} \equiv \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}. \tag{3.35}$$

Caso $\bar{q}$ tenha um valor negativo, estaremos descrevendo um Universo com expansão desacelerada. Em contrapartida, se tratando de um $\bar{q}$ positivo, estamos descrevendo um

Universo em expansão acelerada. Sendo assim, a taxa de expansão do Universo é constante se $\bar{q} = 0$, acelerada se $\bar{q} > 0$ e desacelerada se $\bar{q} < 0$.

3.4.3 Parâmetro de equação de estado

Também se faz útil definirmos o parâmetro de equação de estado, ω, para encontrar como o Universo evolui com o tempo, o qual relaciona a densidade de energia ρ com a pressão p. Assume-se inicialmente que a equação de estado para a matéria no Universo possui a forma

$$\omega = \frac{p}{\rho}. \tag{3.36}$$

Na Cosmologia baseada na RG, podemos destacar três cenários, que correspondem a $\omega_r = 1/3$ (cenário da radiação), $\omega_m = 0$ (cenário da matéria) e $\omega_\Lambda = -1$ (cenário da componente responsável pela expansão acelerada do Universo no modelo ΛCDM - energia escura) [51, 52].

3.4.4 Parâmetro de densidade

Como visto na figura 14, o valor de k determina o tipo de Universo que estamos lidando. Quando $k = 1$, em um Universo dito fechado, se inicia a alta temperatura e densidade, expande-se até um máximo, depois volta a se encolher até seu desaparecimento numa implosão final. Para $k = -1$ a expansão é eterna. O que diferencia um caso de outro é a densidade de matéria média no Universo, que possui um valor crítico, $\rho = \rho_c$, acima do qual, a atração gravitacional é mais forte que a expansão; enquanto para uma densidade menor que ρ_c a expansão é eterna. No caso em que a densidade é $\rho = \rho_c$, corresponde a $k = 0$, um Universo plano [53].

É conveniente trabalhar com a razão entre a densidade de energia e a densidade crítica, a partir de um parâmetro adimensional conhecido como parâmetro de densidade Ω, dado por

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c}. \tag{3.37}$$

Ω representa o parâmetro de densidade para a matéria-energia total do Universo, o que inclui matéria e demais campos físicos que possam existir, como um campo escalar ϕ, dado por Ω_ϕ [54]. A condição $k = 0$ força $\Omega = 1$ para todas as fases do Universo, independente do seu conteúdo material [55]. Segundo medições recentes, o parâmetro de densidade possui o valor $\Omega = 1,001 \pm 0,0056$ [27].

3.5 Eras

O paradigma cosmológico atual sugere que o Universo passou por 4 "eras" distintas: o Big-Bang e a Inflação Cósmica; a era da Radiação; a era da Matéria e a era da Energia Escura.

3.5.1 O Big-Bang e era da Inflação Cósmica

A teoria do Big Bang é o modelo amplamente mais aceito pela comunidade científica para explicar a origem do Universo. Com $t \approx 0$ e $a = 0$, apresenta uma singularidade nas equações e seu entendimento possivelmente vai requerer uma nova física (do tipo gravitação quântica), o que ainda não foi possível concretizar. Deste modo, os primeiros instantes do Universo permanecem envoltos em mistério. Porém, existiam algumas questões para as quais a teoria não dava uma explicação satisfatória [56, 57].

O fenômeno da Inflação Cósmica foi proposto para resolver vários problemas do Modelo Padrão que requerem condições iniciais muito especiais. O primeiro problema tem a ver com a isotropia e homogeneidade do Universo. Vemos que a temperatura do Universo hoje é sensivelmente a mesma em qualquer par de regiões opostas entre si na radiação cósmica de fundo, mas isso não seria possível, já que não houve tempo suficiente no passado para que as partículas de luz interagissem entre si num processo de termalização, pois estas só desacoplaram da matéria cerca de 380 mil anos após o Big Bang.

O segundo problema é que parece haver condições iniciais do Universo muito especiais para que ele fosse espacialmente plano, já que pequenos desvios (acima ou abaixo de uma dada densidade crítica ρ_c - ver subseção 3.4.4 - levariam a um colapso num *Big Crunch* ou num Universo essencialmente vazio onde a gravidade não conseguiria formar as estruturas que observamos no Cosmos. O terceiro problema diz respeito à ausência de defeitos topológicos observáveis no Universo. Já o último, tem a ver com as inomogeneidades locais do Universo, as galáxias, sistemas planetários, entre outros que observamos, bem como as grandes regiões sem matéria, existem pois houve possibilidade de colapso e da atração gravitacional.

A solução de tais problemas é a Teoria de Inflação Cosmológica, que foi construída na década de 80 por Alan Guth [25]. A inflação corresponderia a uma fase muito curta de expansão exponencial (acelerada), tendo se expandido por um fator e^N, que teria ocorrido logo após o Big-Bang, talvez logo após a quebra espontânea de simetria da grande unificação em $t \sim 10^{-34}s$ [16, 58, 59]. Neste modelo considera-se que, durante um breve intervalo de tempo, o Universo primordial era dominado pela energia do vácuo de um campo escalar (o inflaton), agindo como uma constante cosmológica, isto é, $\rho \simeq \rho_I = cte$. Se ρ_I domina a expansão, então pode-se mostrar que o parâmetro de Hubble H_I é aproximadamente uma constante positiva e que o fator de escala evolui como $a = e^{H_I t}$. Durante o período de crescimento inflacionário do fator de escala, a curvatura diminui dramaticamente, ficando praticamente nula. O horizonte também cresce exponencialmente e todo o Universo observável hoje estaria dentro de uma região causalmente conexa antes da inflação.

3.5.2 A era da radiação

Após o Big-Bang, o Universo era extremamente quente e sua dinâmica é regida pela radiação, cuja equação de estado é dada por $p = \rho c^2/3$, $\omega = \frac{1}{3}$ e a densidade varia com o fator de escala como $\rho \propto a^{-4}$. Nesta era o Universo continuava a expandir-se com uma fator de escala de $a(t) \sim t^{1/2}$, todo o material estava completamente ionizado e a interação entre matéria e radiação era muito intensa gerando um forte acoplamento entre estes dois meios. Em consequência os objetos astronômicos conhecidos hoje não tinham condições de se formar. Vários fenômenos importantes ocorrem durante a era radiativa. Dentre eles: a inflação, a origem da matéria e a nucleosíntese primordial.

Esta era não durou muito tempo pois a expansão continuava, mas nela ocorreu um importante processo. Durante a era da radiação as constantes trocas entre radiação e matéria asseguravam que o plasma se mantinha homogêneo. Assim que se perdeu este equilíbrio a matéria pode-se começar a aglomerar em regiões, que naturalmente deram origem às estruturas observáveis no Universo presente [56].

3.5.3 A era da matéria

Nesta nova etapa, o Universo é dominado pela densidade de massa presente na matéria, que varia com o fator de escala como $\rho \propto a^{-3}$, seja ela bariônica ou não, e assim permanece até muito recentemente. Durante a era radiativa, conforme o Universo se expande, a densidade de radiação varia como $\rho_r \propto a^{-4}$, enquanto a densidade de matéria varia como $\rho_m \propto a^{-3}$. Assim, embora a radiação domine esta etapa da evolução do Universo, depois de um certo tempo a matéria vai dominar. Quando $\rho_r = \rho_m$, tem-se a chamada *igualdade matéria-radiação* - cf. figura 15 - e ocorreu algures aos $t = 10^{12}s$ [60].

Na escala cosmológica o domínio da matéria começou a predominar quando a temperatura do fundo de radiação caiu abaixo de $3000K$, no instante $t = 10^{13}s$. A esta temperatura, os elétrons não se movimentam a velocidades que lhes permitam escapar aos campos elétricos do núcleo, isto é, os elétrons começam a ser capturados pelo próton formando assim átomos de hidrogénio. Este acontecimento é conhecido como *recombinação* e é parte central do estudo do CMB [56]. A partir desse instante a maioria dos elétrons foi utilizada para formar átomos de hidrogénio, ficando muito poucos para dispersar os fótons do CMB. Temos então que os fótons passaram a poder deslocar-se no Universo livremente e chegam até nós hoje, o que leva a duas consequências muito importantes. Primeiro, a radiação e a matéria deixam de estar em equilíbrio térmico. Segundo, o

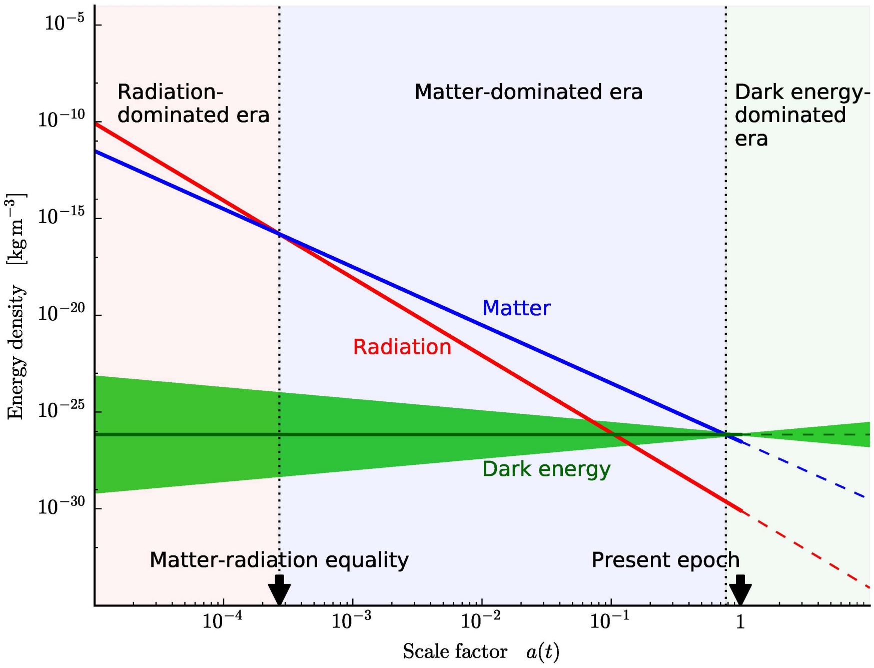

Figura 15 – A evolução da densidade dos principais componentes do Universo. O Universo primitivo era dominado pela radiação, até que a temperatura caiu o suficiente para que a densidade da matéria passasse a dominar. Como a densidade de energia da matéria cai à medida que o fator de escala aumenta, a energia escura começou a dominar no passado recente. No momento $a(t) = 1$, vivemos em um Universo dominado pela energia escura. Fonte: Debono, Smoot (2016) [7].

Universo finalmente torna-se transparente. Observacionalmente, esses fótons parecem vir de uma superfície distante chamada de *Superfície de Último Espalhamento* [60, 41].

3.5.4 A era da energia escura

De acordo com o Modelo Padrão, o Universo é dominado por matéria escura fria com a constante cosmológica de Einstein, Λ [61]. O Universo passou a maior parte de sua existência dominado por radiação ou matéria mas, mais recentemente, a constante cosmológica superou a densidade de matéria, produzindo uma fase de expansão acelerada. Existem muitas evidências da existência de um componente do Universo além da matéria bariônica e da matéria escura não bariônica [62]. Muitos autores denominam esse componente de energia escura ou quintessência, seja uma constante cosmológica ou um componente que aja como tal. Para descrever a fase em que a energia escura domina, é necessário que $\omega < 1/3$, indicando uma pressão negativa [63].

Vários modelos visando a descrição de um Universo de energia escura foram propostos. No entanto, mesmo sendo consistente com dados da recente sonda Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)[4], tais modelos acabam sendo problemáticos no universo inicial e intermediário[64]. As observações do WMAP e SNIa mais as considerações teóricas da inflação sugerem que o Universo tem curvatura nula ($k = 0$, $\Omega_k = 0$) e é dominado por matéria escura, $\Omega_{m0} \simeq 0.3$, e energia escura, $\Omega_{\lambda 0} \simeq 0.7$. A partir das medições da anisotropia cósmica de micro-ondas, a equipe da sonda anunciou que há evidências convincentes de que a maior parte da energia do Universo hoje é escura. Esta energia escura é gravitacionalmente repulsiva e acelera a expansão do Universo [65], e poderia muito bem ser a constante cosmológica de Einstein. A existência de um componente de energia escura é necessária para que a idade do Universo seja compatível com os objetos mais antigos do Universo [61].

3.6 Inflação Guiada por um Campo Escalar ϕ

A Teoria de Inflação Cosmológica [25, 26], vem da vertente mais moderna da cosmologia, que utiliza o campo escalar para definir modelos cosmológicos. Como visto, ela foi criada com intuito de resolver alguns problemas de condições iniciais do Universo, a qual propõe que um campo escalar (inflaton) é responsável pela expansão do Universo primordial - cf. figura 16. Essa teoria pressupõe que a energia escura pode ser descrita

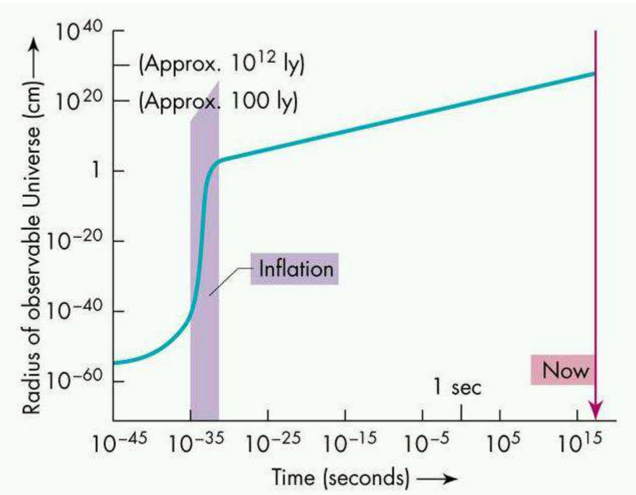

Figura 16 – Gráfico de como o campo escalar impulsiona a era inflacionária. Fonte: Mughal (2021) [8].

através de campos escalares, onde defeitos topológicos se tornam campos inflatons , o qual seria responsável pela aceleração cósmica ocorrida nos primórdios do Universo. A introdução de um campo escalar nos possibilita gerar um modelo ϕ - CDM (ϕ - Cold Dark Matter), onde o campo escalar ϕ corresponde ao conteúdo de energia escura no Universo.

Neste modelo considera-se que o inflaton domina a densidade de energia do Universo primordial, admitindo que esse campo é descrito pela dinâmica padrão, onde as equações de movimento dependem da forma padrão de $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$, e reescrevendo-a com base na métrica FRLW, encontramos que a densidade e a pressão relativas ao campo escalar são

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \tag{3.38}$$

e

$$p = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \tag{3.39}$$

Fazendo $\rho_\phi + p = \dot{\phi}^2$, as equações de Friedmann se tornam

$$H^2 = \frac{2}{3}\rho_\phi \tag{3.40}$$

e

$$\dot{H} = -(\rho_\phi + p). \tag{3.41}$$

Substituindo a densidade relativa ao campo escalar ρ_ϕ, vista em (3.38), na equação (3.40) teremos

$$\frac{3}{2}H^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \tag{3.42}$$

que é uma equação não-linear e pode ser linearizada ao aplicarmos $(\frac{d}{dt})$ em ambos os lados. Isso resultará na seguinte equação:

$$3H\dot{H} = \dot{\phi}\ddot{\phi} + V_\phi\dot{\phi}. \tag{3.43}$$

Da equação (3.41), temos que $\dot{H} = -\dot{\phi}^2$. Assim, a equação (3.43) será reescrita como

$$-3H\dot{\phi}^2 = \dot{\phi}\ddot{\phi} + V_\phi\dot{\phi}. \tag{3.44}$$

Esse procedimento resulta na equação de movimento do inflaton, cuja forma é

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0. \tag{3.45}$$

3.7 Formalismo de Primeira Ordem

A constante cosmológica é uma boa candidata para explicar a expansão acelerada [66], mas quando se comparam os valores para a energia quântica do vácuo obtidos por dados cosmológicos com os calculados pela física de partículas, obtém-se uma discrepância que expõe a necessidade de considerar outros modelos para a energia escura. O Formalismo de Primeira Ordem é uma abordagem para lidar com esses modelos alternativos que descrevem a dinâmica do Universo através de campos escalares, conhecidos como modelos de quintessência ou ϕ CDM.

Assumindo uma geometria plana, ou seja, $k = 0$, resulta nas equações de Friedmann

$$H^2 = \frac{2}{3}\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V\right) \tag{3.46}$$

e

$$\dot{H} = -\dot{\phi}^2. \tag{3.47}$$

Como mostram os autores [67], o Formalismo de Primeira Ordem consiste em reescrever o parâmetro de Hubble em termos do campo escalar ao definir uma função $W(\phi)$, de forma que

$$H \equiv -W(\phi), \tag{3.48}$$

que é uma equação de primeira ordem para o fator de escala. Com isso, é possível escrever a derivada temporal do parâmetro de Hubble como

$$\dot{H} = -W_\phi \dot{\phi}, \tag{3.49}$$

que também é uma equação de primeira ordem. A equação anterior leva diretamente ao seguinte vínculo

$$\dot{\phi} = W_\phi. \tag{3.50}$$

Se isolarmos o potencial descrito na equação (3.46) em função de $W(\phi)$, chegaremos à expressão

$$\begin{aligned} V(\phi) &= \frac{3}{2}\left[H^2 - \frac{\dot{\phi}^2}{3}\right] \\ &= \frac{3}{2}H^2 - \frac{\dot{\phi}^2}{2} \\ &= \frac{3}{2}W^2 - \frac{W_\phi^2}{2}. \end{aligned} \tag{3.51}$$

Para que esses resultados sejam consistentes com a equação de movimento associada ao campo, o seguinte vínculo deve ser satisfeito:

$$V_\phi = 3WW_\phi - W_\phi W_{\phi\phi}. \tag{3.52}$$

Além disso, esse formalismo fornece um conjunto de equações relacionadas a dinâmica do campo, que são

$$\rho = \frac{3}{2}W^2, \tag{3.53}$$

$$p = W_\phi^2 - \frac{3}{2}W^2, \tag{3.54}$$

e

$$\omega = \frac{2}{3}\frac{W_\phi^2}{W^2} - 1. \tag{3.55}$$

Estas equações estão associadas a densidade de energia, pressão e ao parâmetro da equação de estado do campo. Define-se também o parâmetro de aceleração $\bar{q}$, que é extremamente relevante no estudo da energia escura [68] e possui a forma

$$\bar{q} \equiv \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = 1 + \frac{\dot{H}}{H^2} \rightarrow \bar{q} = 1 - \left(\frac{W_\phi}{W}\right)^2. \tag{3.56}$$

Tal parâmetro, em termos do parâmetro da equação de estado, pode ser escrito como

$$\bar{q} = -\frac{1}{2}(1 + 3\omega). \tag{3.57}$$

Para um caso mais geral, em que o espaço-tempo apresenta curvatura, deve-se resolver o sistema de equações composto pela equação do movimento associada ao campo e pelas equações de Friedmann com $k \neq 0$. Esse formalismo fornecerá as características físicas dos parâmentros de densidade, pressão, equação de estado e aceleração.

3.8 Aplicação para energia escura + matéria (poeira)

Considerar a presença de matéria não-relativística em forma de poeira para descrever o Universo é de interesse atual e um passo importante em direção a cenários cosmológicos mais realistas. Tal matéria pode representar tanto matéria bariônica usual, como também matéria escura. Desse modo, seguiremos o procedimento descrito pelos autores em [9], para estender o Formalismo de Primeira Ordem para o caso que inclui matéria. As componentes associadas a radiação e a curvatura serão desconsideradas nessa abordagem, devido a pequena contribuição à densidade de energia total do Universo. Assim, escreve-se a densidade total de energia correspondente à matéria, na forma

$$\rho = \rho_\phi + \rho_d, \tag{3.58}$$

onde ρ_ϕ e ρ_d representam a densidade de energia escura e de materia, respectivamente, com $\rho_d(a) = \frac{\bar{\rho}}{a^3}$ e $\bar{\rho}$ uma constante real e positiva, descrevendo a densidade de energia hoje ($a = 1$) da matéria não relativística distribuída de forma homogênea e isotrópica no Universo. A pressão total será dada por $p = p_\phi$, pois $p_d = 0$. Assim, as equações de Friedmann (3.40) e (3.30) se tornam as equações

$$H^2 = \frac{2}{3}(\rho_\phi + \rho_d) \tag{3.59}$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3}(\rho_\phi + 3p) - \frac{1}{3}\frac{\bar{\rho}}{a^3}. \tag{3.60}$$

A partir das equações (3.59) e (3.58) e considerando que a densidade total deve ser igual a 1, podemos definir que

$$\Omega_\phi = \frac{2\rho_\phi}{3H^2} \tag{3.61}$$

e

$$\Omega_d = \frac{2\rho_d}{3H^2}, \tag{3.62}$$

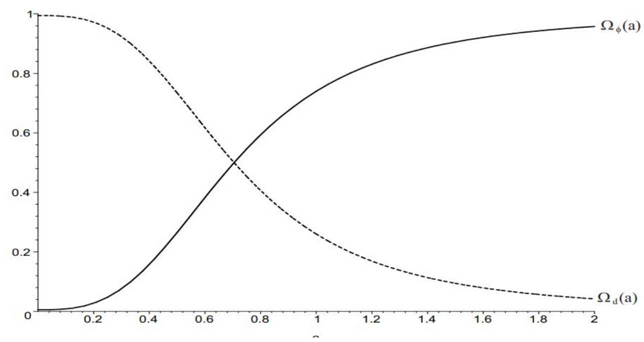

Figura 17 – Gráficos da densidade de energia escura, Ω_ϕ (linha sólida), e densidade de matéria (poeira), Ω_d (linha tracejada). Fonte: Bazeia (2008) [9].

que serão, agora, a densidade de energia escura e de matéria (poeira), respectivamente. Atualmente, temos que $\Omega_\phi = 0,74$ e $\Omega_d = 0,26$. No passado, tais densidades se cruzam em $a = 0,70$ - cf. figura 17.

Ao admitir que o campo escalar associado a energia escura é descrito pela dinâmica padrão, onde as equações de movimento dependem da forma padrão de $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$, vista em (2.2), a densidade de energia e pressão que representam o modelo de campo escalar são descritas pelas equações (3.38) e (3.39), e a equação de movimento é dada pela equação (3.45), é possível usar as equações (3.38) e (3.39) para reescrever as equações de Friedmann como

$$H^2 = \frac{1}{3}\dot{\phi}^2 + \frac{2}{3}V + \frac{2}{3}\frac{\bar{\rho}}{a^3} \tag{3.63}$$

e

$$\dot{H} = -\dot{\phi}^2 - \frac{\bar{\rho}}{a^3}. \tag{3.64}$$

Na visão padrão da cosmologia, é definido um potencial $V = V(\phi)$. Assim, deve-se escolher uma forma também dependente do campo escalar para H, de maneira que

$$H = W + \alpha\bar{\rho}Z, \tag{3.65}$$

onde $W = W(\phi)$ e $Z = Z(\phi)$ são funções arbitrárias de ϕ. A equação (3.65) permite obter $\dot{\phi}$, que será definido como

$$\dot{\phi} = -W_\phi - \beta\bar{\rho}Z_\phi, \tag{3.66}$$

com α e β constantes e $\alpha \neq \beta$.

Ao combinar as equações de Friedmann com as equações (3.65) e (3.66), é possível obter o potencial associado ao campo

$$V = \frac{3}{2}(W + \alpha\bar{\rho}Z)^2 - \frac{1}{2}(W_\phi + \beta\bar{\rho}Z_\phi)[W_\phi + (2\alpha - \beta)\bar{\rho}Z_\phi], \tag{3.67}$$

com os parâmetros determinados pelo formalismo.

A presença da função $Z(\phi)$ adiciona uma nova restrição, de maneira que qualquer solução para o modelo deve respeitar a equação de consistência

$$W_\phi Z_{\phi\phi} + W_{\phi\phi} Z_\phi + 2\beta\bar{\rho} Z_\phi Z_{\phi\phi} - 3\alpha\bar{\rho} Z Z_\phi - 3W Z_\phi = 0. \tag{3.68}$$

A presença de matéria (poeira), conduz a novas interações que são determinadas pelas funções $W(\phi)$ e $Z(\phi)$, e suas derivadas. Pode-se também definir o parâmetro de aceleração como

$$\bar{q} = 1 - \frac{(W_\phi + \alpha\bar{\rho} Z_\phi)(W_\phi + \beta\bar{\rho} Z_\phi)}{(W + \alpha\bar{\rho} Z)^2}. \tag{3.69}$$

Para estudar detalhadamente um modelo de campo escalar com dinâmica padrão, tendo em vista os resultados anteriores, os autores [9] consideram, por simplicidade, $\alpha = 0$ e $Z = W$. Nesse caso, a restrição vista na equação (3.68) leva a $2(1 + \beta\bar{\rho})W_{\phi\phi} - 2W$, produzindo como solução $W = Acosh(B\phi)$, com A constante e $B = \pm\sqrt{3/2(1 + \beta\bar{\rho})}$. Assim, o potencial associado a esse modelo é escrito na forma

$$V = \frac{3}{4} A^2 [(1 + \beta\bar{\rho}) cosh^2(B\phi) + (1 - \beta\bar{\rho})]. \tag{3.70}$$

Como resultado, pode-se encontrar a forma da evolução temporal do campo escalar associado a energia escura, que é dada por

$$\phi(t) = \frac{1}{B} \ln \left[tanh\left(\frac{3}{4} At \right) \right], \tag{3.71}$$

e o fator de escala será escrito como

$$a(t) = \left(-\frac{2}{3\beta A^2} senh^2\left(\frac{3}{2} At \right) \right)^{1/3}. \tag{3.72}$$

Por fim, o parâmetro de Hubble terá a forma:

$$H(t) = Atanh^{-1}\left(\frac{3}{2} At \right), \tag{3.73}$$

que é um modelo idêntico ao ΛCDM plano. Realizando algumas manipulações algébricas usando a equação (3.72), é possível reescrever o parâmetro de Hubble como

$$H(z)^2 = -\frac{2}{3\beta}(1 + z)^3 + A^2. \tag{3.74}$$

3.9 Método Analítico

A abordagem a seguir é um método analítico desenvolvido a partir do método apresentado por [69] para lidar com modelos de quintessência que consideram a presença de matéria. Essa metodologia consiste em reescrever o parâmetro de Hubble H de forma conveniente e impor uma forma para a derivada temporal do campo escalar ϕ, de tal forma que lidaremos apenas com equações de primeira ordem e de maneira mais concisa do que no Formalismo de Primeira Ordem, o que permite gerar novos parâmetros para modelos cosmológicos a partir da escolha adequada para as duas funções, que definiremos em seguida. O procedimento se inicia reescrevendo o parâmetro de Hubble e a derivada temporal do campo em termos da componente de poeira, de forma que

$$H = \bar{\rho}^{1/2} Z(\phi) \tag{3.75}$$

e

$$\dot{\phi} = -\bar{\rho}^{1/2} W_\phi, \tag{3.76}$$

com $Z(\phi)$ sendo uma função arbitrária. Temos em seguida, que

$$\dot{H} = \bar{\rho}^{1/2} Z_\phi \dot{\phi}, \tag{3.77}$$

e

$$\dot{\phi}^2 = \bar{\rho} W_\phi^2. \tag{3.78}$$

Ao substituir as equações (3.77) e (3.78) na equação (3.64), levará diretamente ao vínculo

$$Z_\phi W_\phi = W_\phi^2 + \frac{1}{a^3}. \tag{3.79}$$

A partir da definição do parâmetro de Hubble em termos do fator de escala $H = \frac{d}{dt} log(a)$, pode-se escrever a relação

$$a = e^{\int Z dt}. \tag{3.80}$$

Impondo a condição

$$\int Z dt = log(G^{-1}(\phi)), \tag{3.81}$$

com $G^{-1}(\phi) = a$, é possível reescrever a equação (3.79) como

$$G^3 = -W_\phi (W_\phi - Z_\phi). \tag{3.82}$$

Considerando que $H = \bar{\rho}^{1/2} Z(\phi) = \dot{a}/a$ e que $a = 1/G$, escreve-se a equação

$$G = \frac{G_\phi W_\phi}{Z}. \tag{3.83}$$

Ao substituir a equação (3.83) na equação (3.82), será possível reescrevê-la como

$$G_\phi^3 W_\phi^2 = -Z^3 (W_\phi - Z_\phi). \tag{3.84}$$

A vantagem de utilizar esse método está no fato de que para obter novos modelos cosmológicos basta, desde que a equação de primeira ordem (3.75) seja satisfeita, escolher uma forma para $W(\phi)$ ou para $Z(\phi)$. Sendo possível obter diretamente o fator de escala, que juntamente com o parâmetro de Hubble permite escrever outros parâmetros que podem ser testados diante a observações cosmológicas.

4 Modelos Cosmológicos

Neste capítulo, utlizaremos o Formalismo de Primeira Ordem visto na seção 3.7 para propormos dois modelos de quintessência sem a presença de poeira. Os formatos de $\dot{\phi}$ escolhidos para gerar os dois modelos sem poeira serão baseados nos modelos ϕ^4 - ver seção 2.5 - e ϕ^6 [70, 71] da Teoria Clássica de Campos, respectivamente. Além disso, apresentaremos um modelo que contém poeira utilizando o modelo proposto em [9], mas aplicando o formalismo analítico introduzido na seção 3.9. Geraremos parâmetros cosmológicos para cada modelo e, em seguida, faremos análises cosmológicas dos modelos apresentados.

4.1 Modelos Cosmológicos sem poeira

4.1.1 Primeiro Modelo

Definiremos o seguinte formato para a derivada temporal do campo

$$\dot{\phi} = k^2 - \phi^2, \tag{4.1}$$

cuja solução é satisfeita por

$$\phi(t) = k\ \tanh(k(t - t_0)). \tag{4.2}$$

A partir das equações (3.48) e (3.50), é possível definir o parâmetro de Hubble como

$$H = c_0 + \frac{1}{3}k^3 \tanh\left(k(t - t_0)\right)\left(\tanh^2[k(t - t_0)] - 3\right). \tag{4.3}$$

Ao integramos o parâmetro de Hubble, encontramos o fator de escala para o modelo, que será descrito por

$$a(t) = \exp\left\{c_0 t - \frac{k^2}{6}\tanh^2[k(t - t_0)] - \frac{2k^2}{3}\log[\cosh[k(t - t_0)]\right\}. \tag{4.4}$$

Da equação (3.48), temos que $W(\phi) = -H$, levando diretamente ao formato para a função $W(\phi)$, que será

$$W(\phi) = -c_0 - \frac{1}{3}k^3 \tanh\left(k(t - t_0)\right)\left(\tanh^2[k(t - t_0)] - 3\right). \tag{4.5}$$

Partindo do vínculo (3.50), da função (4.5), e conhecendo as equações (3.53), (3.54), (3.55) e (3.56), também é possível definir o seguinte conjunto de equações relacionadas a dinâmica do campo:

$$\rho = \frac{1}{6}\left(3c_0 + k^3 \tanh(k(t - t_0))\left(\tanh^2(k(t - t_0)) - 3\right)\right)^2, \tag{4.6}$$

$$p = k^4 sech^4(k(t-t_0)) - \frac{1}{6}\Big(3c_0 + k^3\tanh(k(t-t_0))\Big)\Big(\tanh^2(k(t-t_0)) - 3\Big)^2 , \tag{4.7}$$

$$\omega = -1 + \frac{6k^4 sech^4[k(t-t_0)]}{\Big(3c_0 + k^3\tanh[k(t-t_0)][\tanh^2[k(t-t_0)] - 3\Big)^2} , \tag{4.8}$$

$$\bar{q} = 1 - \frac{9k^4 sech^4[k(t-t_0)]}{\Big(3c_0 + k^3\tanh[k(t-t_0)]\Big(\tanh^2[k(t-t_0)] - 3\Big)\Big)^2} , \tag{4.9}$$

que são a densidade de energia ρ, a pressão p, o parâmetro da equação de estado ω e o parâmetro de aceleração $\bar{q}$, respectivamente.

4.1.2 Segundo Modelo

Para o segundo modelo, determinaremos a seguinte forma para $\dot{\phi}(t)$

$$\dot{\phi} = -\frac{\alpha}{2}\phi\left(2 - \frac{\phi^2}{\beta^2}\right) , \tag{4.10}$$

que terá solução da forma

$$\phi(t) = \beta\sqrt{1 - \tanh(\alpha(t-t_0))}. \tag{4.11}$$

Seguindo o mesmo procedimento do modelo anterior, é possível definir o parâmetro de Hubble, que será

$$H = c_0 - \frac{1}{8}\alpha\beta^2(\tanh(\alpha(t-t_0)) - 1)(\tanh(\alpha(t-t_0)) + 3). \tag{4.12}$$

Pra o fator de escala, teremos que

$$a(t) = \frac{1}{8}\Big(8c_0 t + 2\alpha\beta^2 t + \beta^2\tanh(\alpha(t-t_0)) - 2\beta^2\log(\cosh(\alpha(t-t_0)))\Big) . \tag{4.13}$$

Além disso, teremos o seguinte conjunto de equações relacionadas a dinâmica do campo

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{3}{128} sech^4(\alpha(t-t_0))\Big(2\alpha\beta^2 + \Big(\alpha\beta^2 + 4c_0\Big) \\ &\quad \times \cosh(2\alpha(t-t_0)) + 4c_0 - \alpha\beta^2\sinh(2\alpha(t-t_0))\Big)^2 ; \end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned} p = \frac{1}{4}\Big(&\alpha^2\beta^2(\tanh(\alpha(t-t_0)) + 1) sech^2(\alpha(t-t_0)) \\ -6&\left(c_0 - \frac{1}{8}\alpha\beta^2(\tanh(\alpha(t-t_0)) - 1)(\tanh(\alpha(t-t_0)) + 3)\right)^2\Big); \end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\omega = \frac{32\alpha^2\beta^2[\tanh(\alpha(t-t_0)) + 1] sech^2(\alpha(t-t_0))}{3\left(3\alpha\beta^2 + 8c_0 - \alpha\beta^2\tanh(\alpha(t-t_0))(\tanh(\alpha(t-t_0)) + 2)\right)^2} - 1; \tag{4.16}$$

$$\bar{q} = 1 - \frac{16\alpha^2\beta^2[\tanh(\alpha(t-t_0)) + 1] sech^2(\alpha(t-t_0))}{(3\alpha\beta^2 + 8c_0 - \alpha\beta^2\tanh(\alpha(t-t_0))(\tanh(\alpha(t-t_0)) + 2))^2}, \tag{4.17}$$

que são a densidade de energia ρ, a pressão p, o parâmetro da equação de estado ω e o parâmetro de aceleração $\bar{q}$ relacionados ao segundo modelo, respectivamente.

4.1.3 Análise cosmológica dos modelos sem poeira

Os gráficos do modelo 1 foram gerados considerando os seguintes valores para os parâmetros livres

$$c_0 = 0.7\,; \qquad t_0 = 2\,; \qquad k = 0.868\,. \tag{4.18}$$

Já para construirmos os gráficos do modelo 2 consideramos que

$$c_0 = 0.5\,; \qquad t_0 = 1\,; \qquad \alpha = 2.15\,; \qquad \beta = 2.15. \tag{4.19}$$

- Parâmetro de Hubble - H

Como visto na seção 3.4, a determinação do Parâmetro de Hubble em diferentes pontos da evolução do Universo pode nos ajudar a melhor entender a dinâmica de sua expansão, pois o parâmetro representa a taxa de expansão do Universo em um dado tempo t.

Durante um breve intervalo de sua evolução, o Universo primordial era dominado pela energia do vácuo de um campo escalar (o inflaton), agindo como uma constante cosmológica, isto é, $\rho \simeq \rho_I = cte$. Se ρ_I domina a expansão, então pode-se mostrar que o parâmetro de Hubble é aproximadamente uma constante positiva. É possível observar um comportamento aproximadamente constante no parâmetro de Hubble na fase inicial dos gráficos apresentados na Fig. 18.

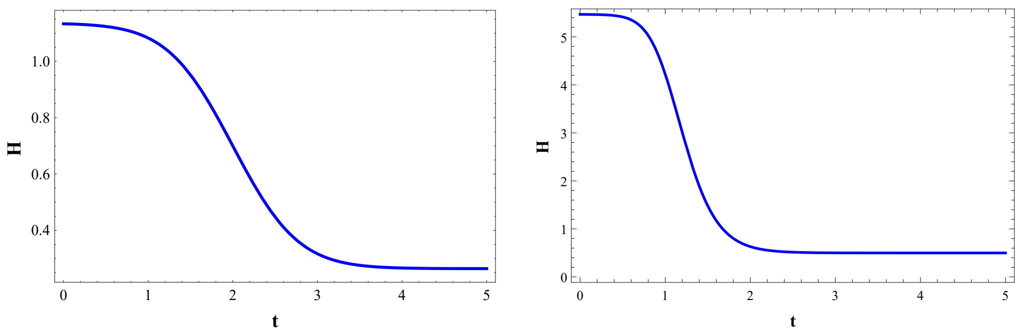

Figura 18 – Nos paineis acima temos os gráficos da evolução do parâmetro de Hubble com o tempo para os modelos cosmológicos sem a presenca de poeira. No painel esquerdo, o parâmetro para primeiro modelo. No painel direito, o parâmetro para o segundo modelo. Fonte: produção da própria autora (2023).

No gráfico do painel esquerdo (primeiro modelo), podemos observar, no intervalo $1 < t < 4$, a transição no processo de expansão das diferentes eras cosmológicas: como a era da radiação e a era da matéria. Para $t > 4$, podemos perceber a nova fase de expansão dominada pela Energia Escura. Já no gráfico do painel direito (segundo modelo), no intervalo entre $1/2 < t < 2$, temos a transição no processo de expansão das diferentes eras cosmológicas e, para $t > 2$, observamos a fase de expansão dominada pela Energia

Escura. Destaca-se que, na era da Energia Escura, o parâmetro de Hubble volta ter um comportamento aproximadamente constante, como na era de inflação.

- Fator de escala - $a(t)$

Na subseção 3.4.1 discutimos como o fator de escala indica como as distâncias cosmológicas variam com o tempo. Podemos ver nos gráficos que tais distâncias eram menores no passado e aumentaram com o passar do tempo.

É possível ver duas regiões de expansão do Universo separadas por uma transição contínua. Essas regiões de regime de expansão corroboram com os intervalos temporais nos quais H é aproximadamente constante, já as regiões de transição contínua, correspondem à transição no processo de expansão descrita por H.

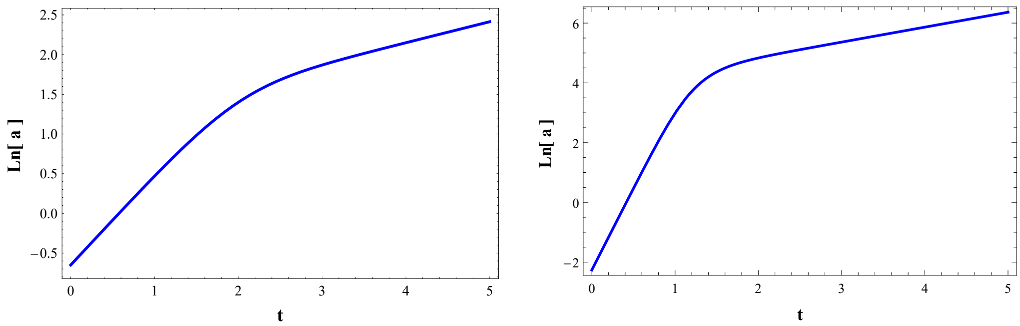

Figura 19 – Nos painés acima, os gráficos de $\ln(a)$, onde a é o fator de escala, para os modelos cosmológicos sem a presenca de poeira. No painel esquerdo, $ln(a)$ para primeiro modelo. No painel direito, $ln(a)$ para o segundo modelo. Fonte: produção da própria autora (2023).

- Parâmetro de equação de estado - ω

Este parâmetro relaciona a densidade de energia ρ com a pressão p na história de evolução do Universo. Como apontado na subseção 3.4.3, podemos destacar três cenários para ω e os parâmetros gerados até então corroboram com essa afirmação. Nos gráficos da figura 20, podemos observar que $\omega = -1$ caracteriza as fases de expansão acelerada. Nos dois gráficos, podemos averiguar que existe uma transição contínua entre uma fase de expansão primordial (período da inflação) e uma segunda fase de expansão acelerada dominada pela energia escura. Já $\omega = 1/3$ corresponde ao valor máximo deste parâmetro, que ocorre quando a $\rho = 3\,p$, conhecida como era da radiação. Nesta era, o Universo era denso e quente, sem a formação de estruturas complexas, mas grande o suficiente para que a radiação pudesse viajar. Também podemos apontar o cenário em que $\omega = 0$, que caracteriza a chamada era da matéria. Neste regime a pressão do Universo era nula favorecendo a formação de estruturas complexas, como aglomerados de galáxias e grandes nuvens de hidrogênio.

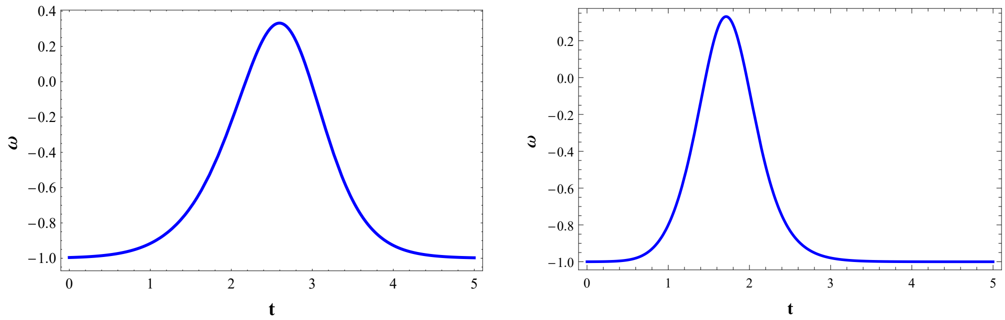

Figura 20 – Nos painés acima, gráficos da evolução do parâmetro de equação de estado com o tempo para os modelos cosmológicos sem a presenca de poeira. No painel esquerdo, o parâmetro para primeiro modelo. No painel direito, o parâmetro para o segundo modelo. Fonte: produção da própria autora (2023).

- Parâmetro de aceleração - $\bar{q}$

Este parâmetro estuda a aceleração do Universo em modelos cosmológicos. E como citado anteriormente, a taxa de expansão do Universo é constante se $\bar{q} = 0$, acelerada se $\bar{q} > 0$ e desacelerada se $\bar{q} < 0$.

Podemos ver nos gráficos gerados - fig. 21 - que temos um Universo acelerado em $t \approx 0$ e em grandes valores do tempo, corroborando com as fases de expansão descritas nos parâmetros anteriores: inflação e a era dominada pela Energia escura. Essas duas fases de

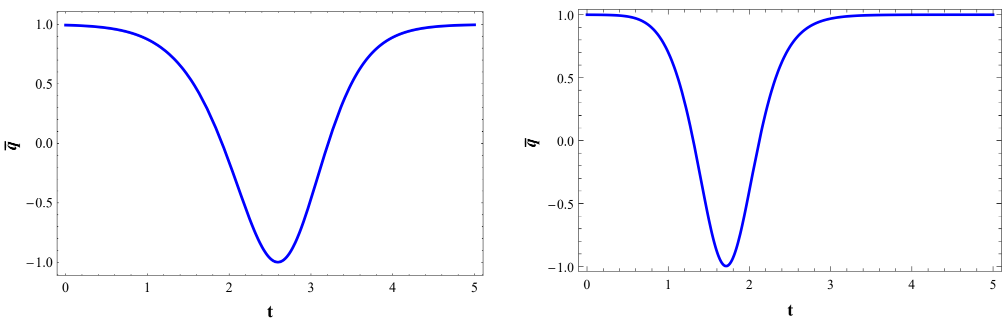

Figura 21 – Gráficos da evolução do parâmetro de aceleração com o tempo para os modelos cosmológicos sem a presenca de poeira. No painel esquerdo, o parâmetro para primeiro modelo. No painel direito, o parâmetro para o segundo modelo. Fonte: produção da própria autora (2023).

expansão são conectadas de forma contínua por uma fase de desaceleração do Universo, quando $\bar{q} < 0$, que favorece a formação de estruturas complexas.

4.2 Modelo Cosmológico com poeira

Apresentamos agora um modelo que considera a presença de matéria, utilizando o método apresentado na seção 3.9. Iniciaremos o procedimento escolhendo as seguintes formas para $W(\phi)$ e $Z(\phi)$:

$$W(\phi) = \alpha \cosh(B\phi); \tag{4.20}$$

$$Z(\phi) = \beta \cosh(B\phi); \tag{4.21}$$

cujos formatos foram definidos no modelo de [9]. Partindo da equação (3.84), encontramos o seguinte formato para G_ϕ:

$$G_\phi = -\frac{\beta \cosh(B\phi) \sqrt[3]{B(\alpha-\beta)\sinh(B\phi)}}{(\alpha B \sinh(B\phi))^{2/3}} \tag{4.22}$$

e, consequentemente:

$$G = -\frac{3\beta \sqrt[3]{\alpha B^2(\alpha-\beta)} \sinh^{\frac{2}{3}}(B\phi)}{2\alpha B^2}. \tag{4.23}$$

A solução analítica que satisfaz a equação diferencial de primeira ordem (3.76) é

$$\phi = \frac{\log\left(\tanh\left(\frac{1}{2}\alpha\left(B^2\sqrt{\bar{\rho}}\right)(t-t_0)\right)\right)}{B}. \tag{4.24}$$

A equação (3.75) nos dá o formato do parâmetro de Hubble em termos da componente de poeira. Utilizando $Z(\phi)$, definido em (4.21), e a solução acima, determinamos que o parâmetro de Hubble é

$$H = \frac{1}{2}\beta\sqrt{\bar{\rho}}1 + cotgh[\frac{1}{2}B^2(t-t_0)\alpha\sqrt{\bar{\rho}}]^2)tanh[\frac{1}{2}B^2(t-t_0)\alpha\sqrt{\bar{\rho}}]. \tag{4.25}$$

Ao integramos o parâmtro de Hubble obtemos a seguinte relação para o fator de escala

$$a = -\frac{(2\alpha B^2)\sinh^{\frac{2}{3}}(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0))}{3\beta\sqrt[3]{\alpha B^2(\alpha-\beta)}}. \tag{4.26}$$

Tal resultado pode ser obtido tanto via a definição de $G(\phi)$ quanto pela integração de $H(t)$.

A partir do parâmetro de expansão obtemos a seguinte forma para o parâmetro de aceleração

$$\bar{q} = 1 - \frac{3}{2}sech^2\left(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0)\right). \tag{4.27}$$

Além disso, a partir de (3.63), verificamos que o potencial cósmico é dado por

$$V(\phi) = \frac{1}{8}\bar{\rho}\left(12\beta^2 + \frac{(27\beta^3(\alpha-\beta) - 4\alpha^4B^6 + 12\alpha^2\beta^2B^4)\, csch^2\left(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0)\right)}{\alpha^2B^4}\right). \tag{4.28}$$

Deste modo, ao substituirmos ϕ (4.24) e $V(\phi)$ (4.28), nas equações para a densidade e pressão, vistas em (3.38) e (3.39), teremos

$$\rho_\phi = \frac{3}{8}\beta^2\bar{\rho}\left(\frac{(9\beta(\alpha-\beta) + 4\alpha^2B^4)\, csch^2\left(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t0)\right)}{\alpha^2B^4} + 4\right) \tag{4.29}$$

e

$$p = \frac{1}{8}\bar{\rho}\left(\frac{(27\beta^3(\beta-\alpha)+8\alpha^4B^6-12\alpha^2\beta^2B^4)\,csch^2\left(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t0)\right)}{\alpha^2B^4}-12\beta^2\right). \tag{4.30}$$

A partir dos resultados anteriores, derivamos a seguinte expressão para o parâmetro da equação de estado

$$\omega = \frac{8\alpha^4B^6}{3\beta^2\left(9\beta(\alpha-\beta)+2\alpha^2B^4+2\alpha^2B^4\cosh\left(2\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0)\right)\right)}-1. \tag{4.31}$$

Também pode-se encontrar a densidade de energia escura e de matéria (poeira), substituindo os valores encontrados para ρ_ϕ - equação (4.29) - e para H - equação (4.25) - na equação (3.61). Assim, a densidade de energia escura será

$$\Omega_\phi = \frac{sech^2\left(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0)\right)\left(9\beta(\alpha-\beta)+2\alpha^2B^4+2\alpha^2B^4\cosh\left(2\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0)\right)\right)}{4\alpha^2B^4} \tag{4.32}$$

e sabendo que $\Omega_d = 1-\Omega_\phi$, encontramos a seguinte relação para a densidade de matéria

$$\Omega_d = \frac{9\beta(\beta-\alpha)sech^2\left(\alpha B^2\sqrt{\bar{\rho}}(t-t_0)\right)}{4\alpha^2B^4}. \tag{4.33}$$

Essas últimas equações nos permitem vincular o parâmetro livre B, de tal forma que $\Omega_d = 1$ (ou seja, $\Omega_\phi = 0$), em $t = 0$. Ao impormos essa condição, obtemos que

$$B = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt[4]{\beta(\beta-\alpha)}}{\sqrt{\alpha}}. \tag{4.34}$$

4.2.1 Análise cosmológica do modelo com poeira

Nesta subseção, veremos como o modelo com poeira descreve grande parte da história do Universo, exceto pela era inflacionária, de forma contínua e que os parâmetros obtidos corroboram com os dados da CMB [56], apontando para uma descrição realista. Os gráficos gerados consideram os seguintes valores para os parâmetros livres

$$\bar{\rho} = 0.31\,; \qquad \beta = 2\,; \qquad t_0 = 0\,; \qquad \alpha = 0.5\,. \tag{4.35}$$

- Parâmetro de Hubble - H

Para o parâmetro de Hubble deste modelo, temos uma transição contínua entre valores positivos de H. Podemos inferir que tais valores de transição correspondem à era da radiação e da matéria e evoluem até um valor positivo aproximadamente constante que caracteriza a era da energia escura.

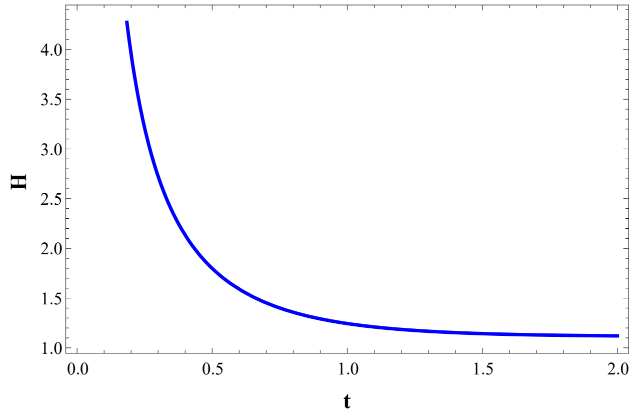

Figura 22 – Gráfico da evolução do parâmetro de Hubble com o tempo para o modelo cosmológico com poeira. Fonte: produção da própria autora (2023).

- Parâmetro de aceleração - $\bar{q}$

Em relação ao parâmetro $\bar{q}$ para o modelo, podemos observar uma transição entre uma era de expansão desacelerada, em $t \approx 0$, favorecendo a formação de estruturas complexas, evoluindo para uma era de expansão acelerada em $t > 1$. Vemos também que o valor do parâmetro de aceleração em $t = 1$ (tempo presente), é compatível com os dados cosmológicos da CMB [27].

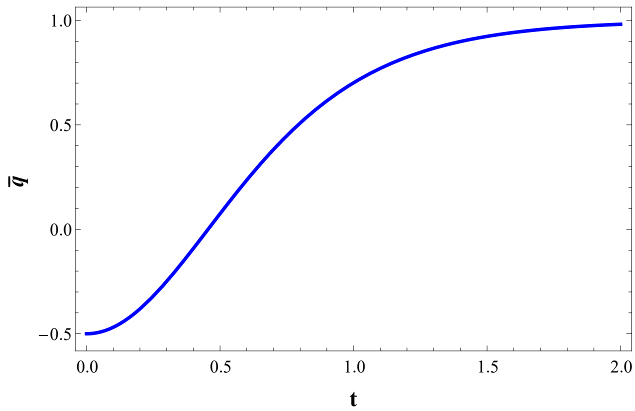

Figura 23 – Gráfico da evolução do parâmetro de aceleração com o tempo para o modelo com poeira. Fonte: produção da própria autora (2023).

- Parâmetro da equação de estado - ω

Neste modelo, vemos que o parâmetro parte de $\omega \approx 1/3$ e decai de forma contínua até $\omega \approx -1$.

Tal comportamento corresponde à evolução do Universo partindo da era da radiação, passando por $\omega = 0$, que corresponde à era dominada pela matéria, até a era dominada pela energia escura, componente responsável pela expansão.

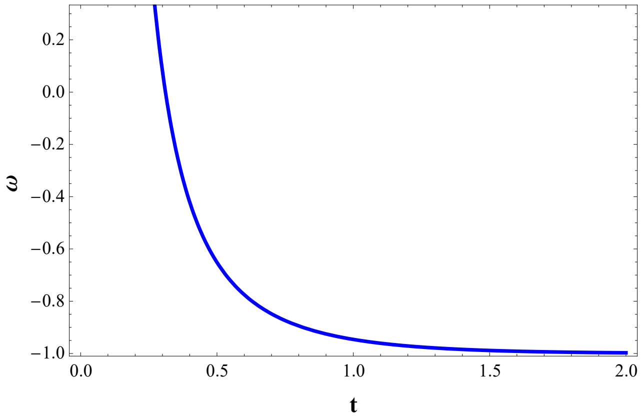

Figura 24 – Gráfico da evolução do parâmetro de equação de estado com o tempo para o Modelo com poeira. Fonte: produção da própria autora (2023).

- Parâmetros de densidade - Ω_ϕ e Ω_d

Como visto na subseção 3.4.4, Ω representa o parâmetro de densidade, que descreve a razão entre a densidade de matéria-energia do Universo e o valor que seria necessário para que tenhamos curvatura nula, correspondendo ao modelo plano, com $k = 0$, condição que força $\Omega = 1$ para todas as fases do Universo. Os gráficos vistos na figura 25 mostram

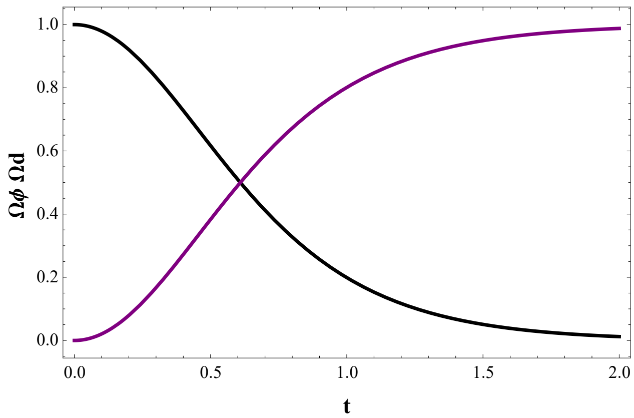

Figura 25 – Gráficos que mostram o comportamento da densidade de energia escura, Ω_ϕ, em roxo, e de matéria, Ω_d, em preto ao longo do tempo. Fonte: produção da própria autora (2023).

o comportamento da densidade de energia escura, Ω_ϕ, e da densidade de matéria, Ω_d com o tempo. Verificamos que $\Omega_\phi = 0$ e $\Omega_d = 1$ para tempos remotos. Além diso, a evolução temporal desses parâmetros revelam um gradativo aumento da densidade de energia escura simultâneo a uma gradativa diluição da densidade de matéria do Universo.

Em $t = 1$, temos $\Omega_d \approx 0.31$ e $\Omega_\phi \approx 0.69$, correspondendo aos mais recentes valores vinculados a partir dos dados da CMB pelo satélite PLANCK [27].

5 Conclusões e perspectivas

Nesta dissertação abordamos parte do alicerce teórico no qual se baseia a cosmologia moderna. Também discutimos e apresentamos ferramentas para o estudo de modelos cosmológicos que descrevem a dinâmica do Universo através de campos escalares reais com base na teoria de campos. No 1º capítulo, fizemos uma breve apresentação da cosmologia. Em seguida, no capítulo 2, apresentamos o ferramental teórico em que se baseia a teoria clássica de campos em (1,1) dimensões. Apresentamos modelos para um e dois campos escalares reais, o método BPS, bem como a caracterização de defeitos topológicos e não-topológicos através da definição de carga topológica e a análise de suas estabilidades. Também foram revisadas as generalidades sobre o Método de Deformação e o Método de Extensão.

No capítulo 3, usamos algumas das técnicas do capítulo anterior para derivar as equações de campo de Relatividade Geral e obter as equações de Friedmann. Discutimos a expansão cósmica ao admitir a existência da energia escura; abordamos as 4 eras distintas do Universo e também alguns parâmetros cosmológicos relevantes. Também foi feita uma revisão sobre a teoria de inflação cosmológica, a qual propõe que um campo escalar (inflaton) é responsável pela expansão do Universo primordial. Adiante, revisamos o Formalismo de Primeira Ordem, que é uma abordagem para lidar com modelos alternativos que descrevem a dinâmica do Universo através de campos escalares e consiste em parametrizar o parâmetro de Hubble em termos de uma função dependente desses campos escalares. Estudamos o formalismo aplicado a modelos de quintessência com a presença de matéria semelhante a poeira com a introdução de duas novas funções $W = W(\phi)$ e $Z = Z(\phi)$, bem como revisamos um método analítico para lidar com esse tipo de cenário. Tal método possui diversas vantagens sobre o Formalismo de Primeira Ordem, visto que pode-se gerar parâmetros para novos modelos cosmológicos de maneira bem mais concisa e lidando apenas com equações de primeira ordem.

Apresentamos, no 4º capítulo, utilizando o Formalismo de Primeira Ordem, dois modelos sem considerar a presença de matéria (poeira) e, em seguida, utilizando o método analítico, um modelo que contém poeira. Para os modelos sem poeira, podemos destacar, entre os parâmetros gerados: o parâmetro de Hubble, H, o parâmetro de equação de estado ω, e o parâmetro de aceleração $\bar{q}$. Para o modelo com poeira, além dos parâmetros já citados, definimos também o parâmetro de densidade, Ω. Com o propósito de fazermos uma análise dos parâmetros gerados, produzimos gráficos para tais parâmetros em cada modelo.

Com a análise dos gráficos gerados, verificamos que os modelos que investigamos mostraram resultados satisfatórios e que os formalismos utilizados funcionam bem, já que os comportamentos dos gráficos coincidiram com a literatura e com dados observacionais sobre as fases de expansão cosmológica. Além disso, os parâmetros gerados concordam entre si. Para os dois modelos sem poeira, as 4 eras de expansão foram bem representadas e foi possível observar isso graficamente. Nas regiões dos gráficos que correspondem às eras da inflação primordial e da energia escura verificamos, por exemplo, um H aproximadamente constante e $\bar{q} > 0$, indicando uma expansão acelerada. Já nas regiões correspondentes às eras da mátéria e da radiação, H nos mostra uma transição no proceso de expansão das diferentes eras e $\bar{q} < 0$.

O modelo cosmológico com poeira descreve bem grande parte da história do Universo de forma contínua, como é possível verificar nos gráficos de H, ω e Ω_ϕ e Ω_d. O modelo não faz uma descrição completa, pelo fato de não abordar a era inflacionária, mas, por outro lado, os dados encontrados para os parâmetros corroboram com dados da CMB. Vale ressaltar a importância de acharmos transições contínuas, como no caso dos parâmetros vistos para esse modelo, pois nos dá uma descrição mais realista da história do Universo.

Como perspectivas, citamos que é possível estender essa mesma metodologia em cenários com mais de um campo escalar, em outros modelos de RG e em teorias de f(R) [72], f(R, T) [73] e f(Q) [74, 75]. Além disso, também é possível ampliar a análise dos parâmetros cosmológicos.

Referências

1 FLÓRIO, V. A cosmologia numa fronteira escura. *ComCiência*, SciELO Brasil, n. 112, p. 0–0, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 19.

2 NASA/WMAP Science Team. 2012. Disponível em: <https://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/index.html>. Acesso em: 12 fevereiro 2023. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 20.

3 MATERIA, S. de las fuerzas y la. s.d. Disponível em:<http://webific.ific.uv.es/web/content/simetrías-de-las-fuerzas-y-la-materia>. Acesso em 16 de Fevereiro de 2023. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 21.

4 NASA/WMAP Science Team. *WMAP*. 2010. Disponível em: <https://map.gsfc.nasa.gov/media/121238/index.html>. Acesso em: 15 fevereiro 2023. Citado 3 vezes nas páginas 14, 38 e 48.

5 ESO, European Southern Observatory. *O resto de supernova SN 1006 observado a diferentes comprimentos de onda*. 2013. Disponível em: <https://www.eso.org/public/portugal/images/eso1308b/?lang>. Acesso em: 02 fevereiro 2023. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 39.

6 COBLE, K. et al. Using the big ideas in cosmology to teach college students. In: *Connecting People to Science: A National Conference on Science Education and Public Outreach*. [S.l.: s.n.], 2012. v. 457, p. 49. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 42.

7 DEBONO, I.; SMOOT, G. F. General relativity and cosmology: unsolved questions and future directions. *Universe*, MDPI, v. 2, n. 4, p. 23, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 48.

8 MUGHAL, M. Z.; AHMAD, I.; GUIRAO, J. L. G. Relativistic cosmology with an introduction to inflation. *Universe*, MDPI, v. 7, n. 8, p. 276, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 49.

9 BAZEIA, D. et al. First-order formalism for dark energy and dust. *European Physical Journal C*, v. 55, n. 1, p. 113–117, 2008. Citado 7 vezes nas páginas 14, 22, 52, 53, 54, 57 e 62.

10 SOUZA, R. E. D. *Introdução à Cosmologia*. [S.l.]: Edusp, 2004. Citado na página 19.

11 RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 116, n. 3, p. 1009, 1998. Citado na página 19.

12 PERLMUTTER, S. et al. Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 517, n. 2, p. 565, 1999. Citado na página 19.

13 BAHCALL, N. A. et al. The Cosmic triangle: Assessing the state of the universe. *Science*, v. 284, p. 1481–1488, 1999. Citado na página 19.

14 LIMA, J. A. S. de. Cosmologia, quintessência e aceleração do universo. *Revista USP*, n. 62, p. 134–147, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

15 COPELAND, E. J.; SAMI, M.; TSUJIKAWA, S. Dynamics of dark energy. *International Journal of Modern Physics D*, World Scientific, v. 15, n. 11, p. 1753–1935, 2006. Citado na página 20.

16 CARROLL, S. Spacetime and geometry: An introduction to general relativity. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 46.

17 MOREIRA, M. A. O modelo padrão da física de partículas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 31, p. 1306–1, 2009. Citado na página 20.

18 VACHASPATI, T. Kinks and domain walls. Cambridge University Press, 2016. Citado na página 21.

19 LEMOS, N. Mecânica analítica. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 21, 23, 24, 26 e 27.

20 DAS, A. *Lectures on Quantum Field Theory*. [S.l.]: World Scientific, 2008. Citado na página 21.

21 BOGOMOL'NYI, E. The stability of classical solutions. *Sov. J. Nucl. Phys.(Engl. Transl.);(United States)*, LD Landau Theoretical Physics Institute, USSR Academy of Sciences, Moscow, v. 24, n. 4, 1976. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.

22 PRASAD, M.; SOMMERFIELD, C. M. Exact classical solution for the't hooft monopole and the julia-zee dyon. *Physical Review Letters*, APS, v. 35, n. 12, p. 760, 1975. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.

23 KINNEY, W. H. Hamilton-jacobi approach to non-slow-roll inflation. *Physical Review D*, APS, v. 56, n. 4, p. 2002, 1997. Citado na página 21.

24 BAZEIA, D. et al. First-order formalism and dark energy. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 633, n. 4-5, p. 415–419, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

25 GUTH, A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Physical Review D*, APS, v. 23, n. 2, p. 347, 1981. Citado 3 vezes nas páginas 21, 46 e 49.

26 LINDE, A. D. A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 108, n. 6, p. 389–393, 1982. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 49.

27 AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results-i. overview and the cosmological legacy of planck. *Astronomy & Astrophysics*, EDP sciences, v. 641, p. A1, 2020. Citado 4 vezes nas páginas 22, 45, 64 e 65.

28 PE'ER, A. Classical field theory. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

29 TORRE, C. G. Introduction to classical field theory. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

30 MALBOUISSON, J.; FILHO, D. B.; LOSANO, L. Deformed defects. 2002. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.

31 BAZEIA, D.; LOSANO, L.; SANTOS, J. Kinklike structures in scalar field theories: from one-field to two-field models. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 377, n. 25-27, p. 1615–1620, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 23, 34 e 35.

32 DUTRA, A. de S.; GOULART, P. Nonlinear two-field models from orbit equation deformations. *Physical Review D*, APS, v. 84, n. 10, p. 105001, 2011. Citado na página 24.

33 WESS, J.; BAGGER, J. Supersymmetry and supergravity. 1992. Citado na página 25.

34 BAZEIA, D. *Campos escalares em ação*. Tese (Doutorado) — Tese, Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 29.

35 KLUSOŇ, J. Proposal for non-bogomol'nyi-prasad-sommerfield d-brane action. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 12, p. 126003, 2000. Citado na página 25.

36 JACKIW, R. Quantum meaning of classical field theory. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 49, n. 3, p. 681, 1977. Citado na página 26.

37 BAZEIA, D. Topological solitons in a vacuumless system. *Physical Review D*, APS, v. 60, n. 6, p. 067705, 1999. Citado na página 27.

38 SANTOS, J. R. L. d. Tópicos em defeitos deformados e o movimento browniano. Universidade Federal da Paraíba, 2013. Citado na página 28.

39 WAGA, I. A expansão do universo. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 22, n. 2, p. 163–175, 2000. Citado na página 37.

40 SOARES, D. Os fundamentos físico-matemáticos da cosmologia relativista. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 35, 2013. Citado na página 38.

41 RYDEN, B. *Introduction to cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 38, 41 e 48.

42 AMENDOLA, L.; TSUJIKAWA, S. *Dark energy: theory and observations*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. Citado na página 38.

43 BERTOLINO, W. H. P. O escalar de curvatura de ricci e a energia elástica livre de uma amostra nemática. Citado na página 40.

44 RICCI, M.; LEVI-CIVITA, T. Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. *Mathematische Annalen*, Springer-Verlag Berlin/Heidelberg, v. 54, n. 1-2, p. 125–201, 1900. Citado na página 40.

45 EINSTEIN, A. Näherungsweise integration der feldgleichungen der gravitation. *Albert Einstein: Akademie-Vorträge: Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften 1914–1932*, Wiley Online Library, p. 88–92, 2005. Citado na página 41.

46 VILENKIN, A.; SHELLARD, E. Cosmic strings and other topological defects. *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, p. 578, 2000. Citado na página 41.

47 CARROLL, S. M. Lecture notes on general relativity. *arXiv preprint gr-qc/9712019*, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 43.

48 VIGLIONI, A.; SOARES, D. Observações sobre as soluções clássicas da equação de friedmann. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 33, p. 4702–4702, 2011. Citado na página 44.

49 SILVA, G. P. d. Estimando parâmetros cosmológicos a partir de dados observacionais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 40, 2017. Citado na página 44.

50 SILVA, G. P. d. Estimando parâmetros cosmológicos a partir de dados observacionais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 40, 2017. Citado na página 44.

51 THORNE, K. S.; WHEELER, J. A.; MISNER, C. W. *Gravitation*. [S.l.]: Freeman San Francisco, CA, 2000. Citado na página 45.

52 RIBEIRO, A. M. Modelos cosmológicos de energia escura: aspectos teóricos e vínculos observacionais. 2013. Citado na página 45.

53 ABDALLA, E. A estrutura do universo, a mecânica quântica e a cosmologia moderna. *Revista USP*, n. 62, p. 6–29, 2004. Citado na página 45.

54 GUIMARÃES, T. V. M. Modelo cosmológico unificado com espinores de dimensão de massa um. Universidade Estadual Paulista (Unesp), 2019. Citado na página 45.

55 MUKHANOV, V. F.; MUKHANOV, V.; VIATCHESLAV, M. *Physical foundations of cosmology*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005. Citado na página 45.

56 MARTINS, A. M. M. *A história do universo a partir da observação da radiação cósmica de fundo: da visão newtoniana às equações da relatividade geral*. Tese (Doutorado), 2009. Citado 3 vezes nas páginas 46, 47 e 63.

57 GOMES, C. Inflação cósmica. *Revista de Ciência Elementar*, Casa das Ciências, v. 10, n. 3, 2022. Citado na página 46.

58 SHANKS, T.; BANDAY, A.; ELLIS, R. Observational tests of cosmological inflation. *Observational Tests of Cosmological Inflation*, v. 348, 1991. Citado na página 46.

59 HENRIQUES, A. Teoria da relatividade geral: uma introdução. *Instituto Superior Técnico*, v. 11, 2009. Citado na página 46.

60 RONALDO. *Introdução à Cosmologia*. Disponível em: http://www.astro.iag.usp.br/ ronaldo/intrcosm/Glossario/index.html. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

61 ARAUJO, J. C. N. de. The dark energy–dominated universe. *Astroparticle Physics*, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 279–286, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.

62 PEEBLES, P. J. E.; RATRA, B. The cosmological constant and dark energy. *Reviews of modern physics*, APS, v. 75, n. 2, p. 559, 2003. Citado na página 48.

63 LINDE, A. Particle physics and inflationary cosmology. *arXiv preprint hep-th/0503203*, 2005. Citado na página 48.

64 NOJIRI, S.; ODINTSOV, S. D.; ŠTEFANČIĆ, H. Transition from a matter-dominated era to a dark energy universe. *Physical Review D*, APS, v. 74, n. 8, p. 086009, 2006. Citado na página 48.

65 SPERGEL, D. N. et al. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap)* observations: determination of cosmological parameters. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, IOP Publishing, v. 148, n. 1, p. 175, 2003. Citado na página 49.

66 MORAES, P.; SANTOS, J. Two scalar field cosmology from coupled one-field models. *Physical Review D*, APS, v. 89, n. 8, p. 083516, 2014. Citado na página 50.

67 GOMES, C.; LOSANO, L.; MENEZES, R. First-order formalism and dark energy. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 633, n. 4-5, p. 415–419, 2006. Citado na página 51.

68 SANTOS, R. S. Soluções cosmológicas tipo kink em teorias f(r,t) e (). Universidade Federal de Campina Grande, p. 81, 2019. Citado na página 51.

69 FORTUNATO, J. A. S. et al. Vínculos observacionais para modelos de energia escura através de cronômetros cósmicos, snia, bao e frb. Universidade Federal de Campina Grande, 2021. Citado na página 54.

70 BAZEIA, D.; LOSANO, L.; SANTOS, J. Kinklike structures in scalar field theories: from one-field to two-field models. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 377, n. 25-27, p. 1615–1620, 2013. Citado na página 57.

71 ALMEIDA, C. et al. New results for deformed defects. *Physical Review D*, APS, v. 69, n. 6, p. 067702, 2004. Citado na página 57.

72 STAROBINSKY, A. A. A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 91, n. 1, p. 99–102, 1980. Citado na página 68.

73 HARKO, T. et al. f (r, t) gravity. *Physical Review D*, APS, v. 84, n. 2, p. 024020, 2011. Citado na página 68.

74 JIMÉNEZ, J. B. et al. Cosmology in f (q) geometry. *Physical Review D*, APS, v. 101, n. 10, p. 103507, 2020. Citado na página 68.

75 MANDAL, S.; SAHOO, P.; SANTOS, J. R. Energy conditions in f (q) gravity. *Physical Review D*, APS, v. 102, n. 2, p. 024057, 2020. Citado na página 68.